UN CARROUSEL DE SEIS DIGITOS

Alejandro Rodríguez García
Secretaría de Educación Jalisco

Resumen

Se cuestiona la idea de una aparente oposición entre comprensión y memorización, con frecuencia planteada por profesores de matemáticas; en su lugar se sugiere un continuo de flexibilidad – rigidez del pensamiento. La presente ponencia dirige su atención hacia las operaciones aritméticas de multiplicación. Particularmente se analiza el caso de las fracciones periódicas correspondientes a los séptimos. Además, se argumenta sobre la diferencia entre una codificación fonémica y otra semántica para el almacenamiento de información numérica y se propone la imagen icónica de un carousel como recurso mnemotécnico y así consolidar el conocimiento de los séptimos en estudiantes de educación secundaria. Por último, se reflexiona sobre la importancia de fortalecer el vínculo entre la psicología y las matemáticas, especialmente para elaborar propuestas pedagógicas más eficaces en la enseñanza de la aritmética.

Una de las ideas puestas en boga por la matemática educativa actual es la conveniencia de un dominio de la comprensión sobre la memorización. Se pretende un conocimiento matemático no memorizado sino comprendido, pretensión derivada erróneamente del planteamiento del aprendizaje significativo propuesto por Ausubel, Novak y Hanesian (1976), al asociar memorización con incompreensión. De tal manera que dicha interpretación adquiere un sentido más ideológico que científico cuando ambos procesos cognitivos se admiten como puntos opuestos sobre una línea del conocimiento. Pocas veces se entienden como dos niveles diferentes de procesamiento de la información contenida en una misma trama, con límites más bien indefinidos. Esta cuestión adquiere un sentido práctico inmediato en las operaciones aritméticas.

Por ejemplo, resolver la multiplicación 25×15 puede entenderse como una tarea combinada de memorización en la que se requiere el recuerdo de algunas tablas de multiplicar así como del procedimiento algorítmico de la multiplicación, cuyo primer paso es la multiplicación de las unidades 5×5 .

No obstante existen otras formas de obtener el resultado de dicha operación si ésta se transforma presentándose como una tarea ligeramente distinta. Es posible sustituir la interrogante inicial por el siguiente planteamiento: “me están solicitando 20 veces 15 más la cuarta parte de ello, esto es $300 + 75$, lo que lleva al resultado de 375”. Aún otro planteamiento distinto es: “me están solicitando el valor de 10 veces 25 más la mitad de ello, esto es $250 + 125$, lo que da como resultado 375”.

Evidentemente en los dos ejemplos anteriores donde se decide transformar la interrogante inicial se emplea el recuerdo de información almacenada en la memoria; se adopta un pensamiento estratégico modificando al punto de partida y se recurre a la memoria de trabajo mientras se realizan los cálculos parciales correspondientes. En todo caso, entre el uso del algoritmo de la multiplicación y transformar la interrogante inicial para resolver mentalmente la cuestión, se emplean diferentes modalidades de memoria.

Un segundo ejemplo es la multiplicación $.25 \times 16$ que admite también el empleo del algoritmo así como la siguiente transformación: “me solicitan la cuarta parte de 16, esto es dividir 16 entre 4, cuya respuesta es cuatro”. Este ejemplo implica el recuerdo de una asociación entre la expresión $.25$ y la expresión $\frac{1}{4}$; dos formas o representaciones semióticas equivalentes almacenadas y recuperadas de un sistema de información numérico.

Las transformaciones antes descritas admiten la idea de un pensamiento *lateral* distinto al pensamiento *lineal* propio del algoritmo de la multiplicación. Advertir distintos caminos para llegar a la solución de la operación planteada puede entenderse como muestra de una mayor comprensión aritmética, tal variabilidad se ha identificado con la denominada *flexibilidad del pensamiento*. No obstante cualquier modalidad de respuesta exige la presencia de un sistema de memorización, en este sentido la memorización adquiere un significado distinto, el cual está determinado por la elección del camino para resolver la operación planteada inicialmente. Es decir, las bondades de las diferentes formas de almacenamiento y recuperación de información numérica pueden ponderarse en función de su valor empírico al facilitar una respuesta correcta y rápida, con un menor costo cognitivo para el estudiante. Al respecto Howe (1974: 9) lo ilustra con dos problemas de aritmética mental: el primero, multiplicar 22×22 ; el segundo, 2222×2222 . Muchas personas podrían resolver el primer problema mentalmente pero les parecería extremadamente difícil, si no imposible, resolver el segundo, aún cuando las operaciones necesarias para las dos tareas son muy semejantes y consisten en multiplicar 2×2 y hacer sumas. La diferencia está en la cantidad de información que la persona tiene que recordar. Cualquier ayuda, por ejemplo, lápiz y papel pueden disminuir la cantidad de información que se necesita almacenar en la memoria y facilitar la tarea de multiplicar 2222×2222 . Se reduce el costo cognitivo en una tarea cuando el individuo realiza menos pasos para llegar al mismo resultado, o bien cuando se realizan pasos con cantidades menos difíciles de procesar.

Un tercer ejemplo es la multiplicación $63 \times .142857$, en la que no sólo tenemos una fracción, sino que además ésta es periódica. Si se emplea el algoritmo de la multiplicación seguramente parecerá una operación aritmética poco atractiva porque implica muchos pasos antes de lograr el resultado. Sin embargo, es posible obtener una respuesta prácticamente inmediata si se reconoce en la expresión $.142857$ una representación semiótica equivalente a $\frac{1}{7}$. Si es así, la interrogante inicial se puede transformar de la siguiente manera: “me están solicitando la séptima parte de 63, esto es dividir 63 entre 7, cuyo resultado es nueve”.

La transformación anterior implica la cuestión de ¿cómo nuestro sistema de memoria puede identificar el vínculo asociativo entre las expresiones $.142857$ y $\frac{1}{7}$? A diferencia del caso anterior que nos colocó ante expresiones más familiares como son $.25$ y $\frac{1}{4}$. Este tipo de asociaciones entre expresiones distintas de una fracción no se recuerdan por una codificación fonémica, basada en el recuerdo de imágenes acústicas como las encontramos en la clásica ronda infantil: “dos y dos son cuatro, cuatro y dos son seis, seis y dos son ocho, y ocho dieciséis”; requieren un sistema de almacenamiento a largo plazo con sustento en una codificación semántica.

La codificación semántica no es posible limitarla a características visuales o acústicas del número en sí $.142857$ cuya denominación, limitada a millonésimas, corresponde a ciento cuarenta y dos mil ochocientos cincuenta y siete. Se necesita una reorganización de la información tal que asigne un significado más allá del asociado a sus propiedades físicas y al nombre mismo del número. Por ejemplo, identificándolo como un número telefónico 14-28-57, o de otro modo distinto muy particular para cada individuo, lo que se reconoce como

“organización subjetiva” (Baddeley, 1999). La capacidad para imponer estructura a patrones aparentemente aleatorios y sin sentido es, por supuesto, antigua, ya había sido reconocida por Bartlett (1932) y por Tulving (1962).

Si se procede a realizar las divisiones indicadas por las fracciones $1/7$, $2/7$, $3/7$, $4/7$, $5/7$ y $6/7$ se obtienen las siguientes expresiones periódicas: .142857, .285714, .428571, .571428, .714285 y .857142 respectivamente. Estas seis expresiones contienen los mismos seis dígitos pero cada uno de ellos con diferente ubicación en la secuencia. Así fue como descubrimos que estas expresiones periódicas podían ser representadas gráficamente como un carrusel de seis dígitos girando de derecha a izquierda infinitamente.

Las representaciones gráficas poseen una fuerte carga semántica y favorecen el recuerdo a largo plazo (VerLee, 1983) La representación de las expresiones periódicas correspondientes a los séptimos, es semejante a la representación gráfica del benceno (C_6H_6) como un hexágono regular con dobles enlaces alternos alrededor del anillo (Daub y Seese, 1996).

Paivio y Csapo (1969) han proporcionado más datos en apoyo de la distinción entre el sistema de capacidad para formar imágenes visuales y el verbal y han mostrado que el mejor predictor de la facilidad con que se aprende una palabra es, sin duda, una valoración de la probabilidad con que esa palabra evoca una imagen (Paivio, 1971).

El reconocimiento inmediato de las diferentes representaciones de las fracciones es indispensable en pruebas de habilidad numérica como la clásica de Bennett, Seashore y Wesman (1947) así como también en la solución de problemas de comparación cuantitativa; en ambos tipos de evaluaciones se pone a prueba la aritmética mental. En su forma más sencilla la aritmética mental hace uso de números naturales relativamente pequeños y de operaciones aritméticas elementales (Vázquez Román, 2001), sin embargo debemos tener presentes los procedimientos mentales más complejos como el empleado por Von Neumann al calcular la distancia recorrida por el vuelo de una mosca que pasa de una bicicleta a otra, que circulan en dirección opuesta hasta encontrarse desde cierta distancia. Como es relatada la anécdota, fue tan rápida su respuesta que quien le planteó el problema simplemente creyó que Von Neumann ¡ya conocía con anterioridad el problema! (Perero, 1994: 51)

En el desempeño de los individuos frente a problemas de aritmética mental, los sistemas de almacenamiento y recuperación de información son fundamentales porque están vinculados con la simplificación del planteamiento original. Cuando las operaciones aritméticas se transforman con relativa facilidad los problemas matemáticos adquieren un sentido más atractivo, semejante al de un juego de números y ello puede derivar en una actitud positiva hacia las matemáticas. Pero cuando no es posible en nosotros realizar una transformación los problemas parecen verdaderos castigos sin fin, dolores de cabeza, tareas arduas y áridas.

La comprensión y solución de operaciones aritméticas exigen en los individuos el empleo de recursos cognitivos, entre ellos la atención, la memoria y el razonamiento. Si además se propicia en ellos la reflexión sobre las diferentes maneras de resolver operaciones y problemas matemáticos estaremos formando individuos con un pensamiento *estratégico* mucho más poderoso que el pensamiento lineal propio de los algoritmos y de las soluciones típicas para determinados problemas.

Los recursos cognitivos como medio para afrontar los requerimientos impuestos por las condiciones del medio ambiente y por los profesores de matemáticas, adquieren valor cuando

se utilizan adecuadamente. A diferencia de la idea anterior, entender los recursos cognitivos como fin en sí mismos equivale a aceptar una concepción limitada de las matemáticas, como un bloque inmutable de conocimiento que debemos recordar al pie de la letra. Sirva esta breve exposición como señal de advertencia para continuar en la búsqueda de un vínculo sólido e interesante entre la psicología y las matemáticas, sobre todo en torno a su uso en el diseño de estrategias más efectivas para enseñar las matemáticas.

Bibliografía

- Ausubel, D.P., Novak, J.D. y Hanesian, H. (1976) *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas.
- Baddeley, A. (1999) *Memoria Humana. Teoría y práctica*. España: McGraw-Hill Interamericana.
- Bartlett, F.C. (1932) *Remembering*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bennett, G.W., Seashore, M. y Wesman, W. (1947) *Differential Aptitude Tests*. Boston: Houghton Mifflin.
- Daub, G.W. y Seese, W.S. (1996) *Química*, séptima edición, México: Pearson Educación (pp 350-351)
- Howe, M.J.A. (1974) *Introducción a la memoria humana*. México: Editorial Trillas.
- Paivio, A. (1971) *Imagery and Verbal Processes*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Paivio, A. y Csapo, K. (1969) Concrete-image and verbal memory codes. *Journal of Experimental Psychology*, 80: 279-285.
- Perero, M. (1994) *Historia e Historias de Matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Tulving, E. (1962) Subjective organization in free recall of “unrelated” words. *Psychological Review*, 69: 344-354.
- Vázquez Román, J. (2001) Cálculo mental. *Historia, métodos y sugerencias para la enseñanza. Segunda Parte*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- VerLee, L. (1983) *Aprender con todo el cerebro*. España: Ediciones Martínez Roca.