

## USO DE LA GEOMETRÍA DINÁMICA PARA LA MODELACIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

**José María Bravo Tapia**  
**José Ramón Jiménez Rodríguez**  
Departamento de Matemáticas  
Universidad de Sonora

### Resumen

*En este artículo presentamos el diseño de una actividad como producto del Curso-Taller “El Uso del Sistema de Cómputo Simbólico (CAS) Voyage 200 como Recurso Didáctico, Nivel Básico” desarrollado en el Diplomado de Actualización para Profesores del Departamento de Matemáticas. Nuestra intención es mostrar el potencial didáctico a explotar en la aplicación Cabri Géomètre que presenta como opción la calculadora Voyage 200. El objetivo de esta actividad es crear un ambiente de visualización en el que el estudiante pueda analizar un problema clásico de optimización (el problema del corral), comprenderlo, y obtener la fórmula o expresión funcional para dicho problema, lo que en matemáticas conocemos como modelo matemático. Los sustentos teóricos para esta propuesta se basan en el enfoque antropológico en didáctica de Y. Chevallard y el empleo de los registros de representación semiótica (Duval) tales como el geométrico, el numérico y el gráfico.*

### JUSTIFICACIÓN

La inclusión de la calculadora en el salón de clases, tanto como herramienta de cálculo como objeto de investigación en el área educativa, ha obligado a los científicos a integrar software para que esta tecnología cubra, de manera más completa, todas las áreas del conocimiento, y muy particularmente en las matemáticas en áreas como estadística, probabilidad, álgebra, geometría, cálculo avanzado, etc.

Emplear estas nuevas tecnologías nos conduce a realizar una serie de acciones sistemáticas que nos permitan explotar su potencial, con el fin de transformarlo en un instrumento. De acuerdo con Artigue, las técnicas instrumentadas son las acciones que transforman un artefacto en instrumento. Para que el instrumento sirva de apoyo didáctico se requiere realizar una serie de acciones que hagan que emerja el objeto de conocimiento, a lo que Artigue llama práctica instrumentada.

Algunas investigaciones sustentadas en el enfoque de la Ingeniería Didáctica en Educación Matemática muestran que un sujeto aprende matemáticas cuando es capaz de reconocer un objeto matemático en cualquiera de sus posibles registros de representación.

### ACTIVIDAD

Una de las principales dificultades que enfrenta un estudiante cuando cursa la materia de Cálculo Diferencial es la interpretación de los distintos problemas de aplicación, es decir, el análisis adecuado que permita la obtención del modelo matemático que se presenta en tales situaciones problemáticas, lo que en matemáticas se conoce como modelación.

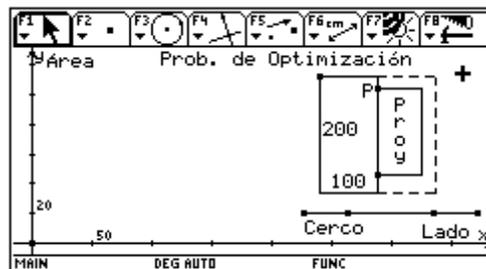
A continuación presentamos una actividad realizada en un ambiente CAS, apoyados con la calculadora Voyage 200, con el único objetivo de mostrar su potencial como apoyo didáctico en la modelación de un problema de optimización.

Para lograr este objetivo, aprovecharemos el recurso de la geometría dinámica que proporciona la aplicación Cabri Géomètre, el cual nos permite simular todas las posibles construcciones del objeto bajo las condiciones dadas en el problema y con ellas, creemos, que el estudiante podrá descubrir los elementos que intervienen en el modelo matemático inmerso en él. Los elementos principales a identificar son:

- Las variables relevantes (independiente y dependiente).
- Valores permitidos y restricciones

**Problema de Optimización.** Un criador de avestruces cuenta con un terreno de forma cuadrada, con una superficie equivalente a cuatro hectáreas; actualmente están cercadas dos hectáreas de forma de un rectángulo de 100 por 200. Debido al aumento en el número de estos animales, este avicultor ha proyectado construir un segundo corral en las dos hectáreas restantes, para ello sólo cuenta con 300 metros de malla. Si se utiliza parte del cerco del corral actual para la construcción del nuevo corral, ¿cuáles serán las dimensiones para que se obtenga el área máxima?

Un primer paso para la solución de este problema sería la representación, a través de un dibujo o diagrama, del terreno y su distribución, éste se presenta en la siguiente figura, donde



- la línea continua representa el terreno cercado,
- la línea discontinua representa terreno no cercado,
- “**Proy**” es el Proyecto de construcción del segundo corral,
- “**Cerco**” es la malla disponible para el proyecto (300 m),
- “**Lado**” es la porción de cerca que se comparte del primer terreno, y
- “**Área**” es el área del corral.

La aplicación Cabri Géomètre de calculadora Voyage 200 nos permite tener los siguientes ambientes: la simulación geométrica de las posibles formas de construir el corral con las condiciones dadas en el problema, la representación numérica del modelo matemático, la representación gráfica, y la representación geométrica-numérica de la cantidad de malla a utilizar, esto lo podemos observar en las siguientes figuras (1-4).

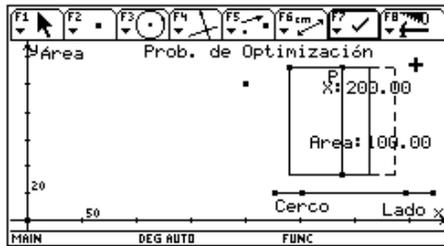


Figura 1

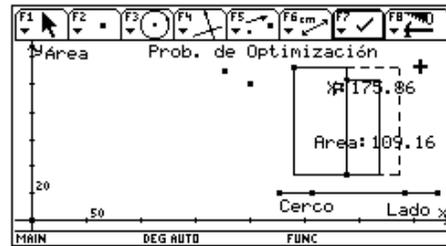


Figura 2

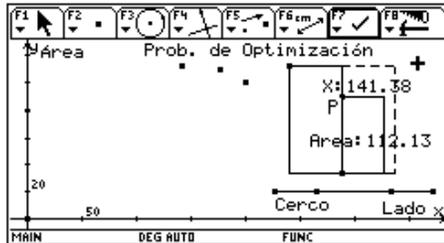


Figura 3

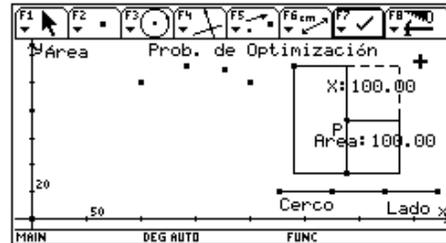


Figura 4

Uno de los problemas que enfrenta el profesor cuando plantea una situación problemática similar a la de nuestro ejemplo, es convencer al alumno de que el problema abordado es precisamente un problema de variación. La práctica nos muestra que, cuando dicho problema se plantea por escrito en una Hoja de Trabajo, algunos estudiantes tienden a evadir un análisis completo del problema con argumentos que apelan a la idea de conservación: aunque las dimensiones del corral cambian, uno de los lados se alarga y el otro se acorta, hay una compensación, de manera que el área del corral no cambia. La simulación dinámica permite que el estudiante inmediatamente confronte su hipótesis. Las imágenes de las figuras anteriores muestran este fenómeno.

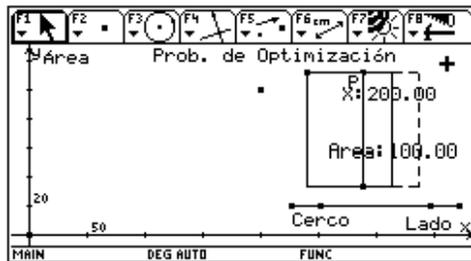


Figura 5

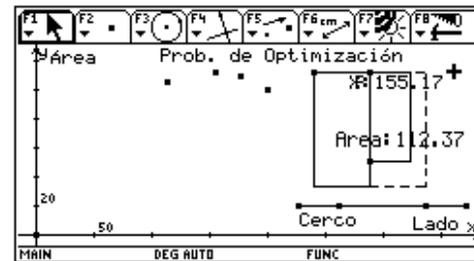


Figura 6

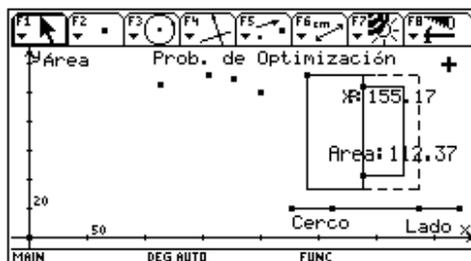


Figura 7

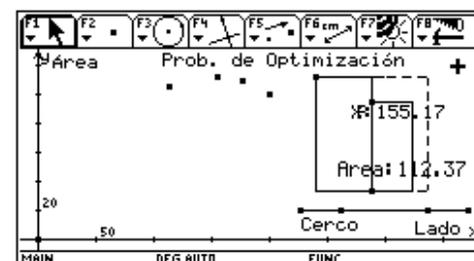


Figura 8

Otro problema es convencer al estudiante que el modelo matemático que representa a tal situación problemática es invariante con respecto a la ubicación del corral dentro del terreno, siempre que se cumpla la condición de utilizar parte del cerco adyacente. Para ilustrar esta situación presentamos las figuras anteriores (5-8).

Una mirada a la representación geométrica obtenida en esta serie de imágenes, nos revela que el modelo no sufre cambios.

Helmut Heugl define el Método de Enlace de Ventanas como el proceso de aprendizaje que consiste en ir y venir entre varios prototipos (*representaciones*), lo que significa establecer conexiones entre varias ventanas. En nuestro caso, mostramos tres representaciones en una sola ventana, que son:

**Representación geométrica.** La construcción sucesiva de rectángulos simulando el corral. Así mismo la distribución correspondiente de la malla “**Cerco**” para su construcción.

**Representación numérica.** La cantidad de cerca compartida y el área asociada al corral proyectado.

**Representación gráfica.** La secuencia de puntos en el plano cartesiano representando el área del corral resultante para una cierta longitud de cerca compartida.

Con esta propuesta esperamos, en primer lugar, que el alumno se convenza de que trata de un problema sobre variación, en segundo lugar, que logre identificar las variables relevantes que intervienen en el modelo y, por último, que pueda establecer la relación cuantitativa y funcional entre las variables para construir el modelo matemático.

## CONCLUSIÓN

Consideramos que la articulación entre dos o más registros de representación semiótica es en realidad muy compleja. Sin embargo, coincidimos con David Tall cuando afirma que “*Estas dificultades se pueden aligerar de varias maneras usando un ambiente de computadora para proporcionar apoyo*”, en el entendido de que este recurso tecnológico puede proporcionar diferentes representaciones. De igual manera, es posible materializar el Método de Enlace de Ventanas propuesto por H. Heugl. En este trabajo presentamos en una sola ventana tres representaciones de un modelo matemático, favoreciendo de esta manera la articulación entre ellos, por lo que creemos que esta propuesta es viable para la enseñanza de las matemáticas.

## Bibliografía

- Heugl, Helmut: 1999, The necessary Algebraic competence in the age of Computer Algebra System. Austrian Center for Didactics of computer Algebra.
- Artigue, Michèle: 2001, Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and conceptual Work. CAME Symposium 2001, Freudenthal Institute, Utrecht University, The Netherlands, July 18–19, 2001.
- Tall, David: 1993, Computer environments for the learning of mathematics, *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline - The State of the Art*, ed R. Biehler, R. Scholtz, R. W. Sträßer, B. Winkelmann. Dordrecht: Kluwer, 189-199.
- Ibarra Olmos, Silvia Elena; Bravo Tapia, José María; Grijalva Monteverde, Agustín: 2002, El papel de los registros de representación semiótica en la enseñanza del cálculo diferencial. *Memorias de la XXII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas*, Hermosillo, Sonora, México.
- Bravo Tapia, José María: 1997, Una Propuesta Didáctica para Abordar el Concepto de Derivada con Apoyo de la Computadora. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias, Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.