

GENERALIZACIÓN DE UN MODELO PESQUERO: RESULTADOS PRELIMINARES

Dora Julia Borbón-González

Dpto. de Matemáticas, Universidad de Sonora

Resumen

Se desarrolló una expresión generalizada de un modelo de producción pesquera, basado en la ecuación de Gompertz, al hacer variar en el tiempo dos de los parámetros que lo definen, r y K . El modelo generalizado, en cada caso, se ajustó a datos provenientes de la pesquería de anchoveta norteña de la costa Oeste de Baja California, los cuales fueron proporcionados por el Centro Regional de Investigaciones Pesqueras de Ensenada, Baja California.

I INTRODUCCIÓN

Una revisión de las estadísticas pesqueras, de los peces pelágicos menores de los bordes orientales de los grandes giros oceánicos, muestra una característica en común: gran variabilidad en sus capturas y en su abundancia, tanto anualmente como entre décadas (Lluch-Belda *et al.*, 1986, 1989, 1992; Schwartzlose *et al.*, 1999). En general, la experiencia con los stocks de los peces pelágicos menores es que a pesar de que sus pesquerías se han desarrollado en diferentes países y tiempos, y, por lo tanto, bajo diferentes enfoques de manejo, generalmente se ha observado un período de rápido crecimiento seguido de un inesperado colapso, principalmente en aquellas pesquerías basadas en poblaciones de clupeidos como la sardina, el arenque o la anchoveta (Murphy, 1977; Butterworth, 1980; Lluch-Belda *et al.*, 1989, 1992; Schwartzlose *et al.*, 1999), lo que ha llevado a desastres económicos y sociales (Everett *et al.*, 1996).

De acuerdo a algunos autores (Lluch-Belda *et al.*, 1989; Lluch-Cota *et al.*, 1997), las variaciones en la abundancia de la anchoveta, en escalas de tiempo de unos cuantos años, son definitivamente influenciadas por las fluctuaciones del medio ambiente y esta variabilidad podría ser amplificada por la explotación de recurso.

En la literatura científica sobre modelos de producción en pesquerías, son escasos los trabajos en los que se aborda la variación en el tiempo de los parámetros del modelo (Levins, 1969; Fletcher, 1978; Rotenberg, 1987; Quinn y Deriso, 1999). No obstante, la aplicación de modelos poblacionales con parámetros que varían en el tiempo proporciona un realismo biológico adicional, cuando estos modelos se aplican a poblaciones con variaciones estacionales o tendencias en el tiempo en factores tales como el suministro de alimento o hábitat (Quinn y Deriso 1999).

En el presente trabajo se lleva a cabo la generalización de un modelo de biomasa agregada, basado en la ecuación de Gompertz, al expresar dos de los parámetros que lo definen, r y K , como funciones del tiempo, los cuales identifican al factor de escala de la tasa de crecimiento poblacional y a la capacidad de carga del sistema, respectivamente. El objetivo general es encontrar expresiones para las funciones $r(t)$ y $K(t)$ que expliquen la variabilidad inherente a los datos. El modelo generalizado, en cada caso, es ajustado a los datos emanados de la pesquería de la anchoveta norteña de la costa oeste de Baja California, México, durante el período 1972-1998. En la sección II se presentan las funciones propuestas para expresar a r y K variando en el tiempo y la metodología que se siguió para resolver la ecuación diferencial que

expresa la tasa de cambio de la biomasa respecto al tiempo, en términos de los datos de captura por unidad de esfuerzo (CPUE). En la sección III se presentan los resultados obtenidos en la identificación de parámetros para cada una de las generalizaciones hechas al modelo y en la sección IV se discuten los resultados y se muestran las conclusiones obtenidas.

II METODOLOGÍA

Se seleccionó el modelo de Gompertz-Fox (Fox, 1970) como el modelo de producción para expresar la tasa de cambio de la biomasa agregada del recurso en el tiempo, con parámetros constantes r y K ; el cual viene dado por la ecuación,

$$\frac{dx}{dt} = rx(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t) \quad (1)$$

donde $r < 0$, $K > 0$ y $q > 0$ son constantes, dx/dt es la razón de cambio de la biomasa respecto al tiempo, $E(t)$ la tasa de esfuerzo pesquero, r es la tasa de crecimiento específica de la población (o factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población), K es la capacidad de carga del sistema y q es el coeficiente de capturabilidad.

Una de las formas generalizada del modelo de Gompertz-Fox que se propone, cuando r varía en el tiempo, viene dada por la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = r(t)x(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t) \quad (2)$$

y la forma generalizada cuando K varía en el tiempo es

$$\frac{dx}{dt} = r x(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K(t)}\right) - qE(t)x(t) \quad (3)$$

En este caso se definió

$$\ln K(t) = \ln K + g(t) \quad (4)$$

por lo que

$$K(t) = K e^{g(t)},$$

donde K se podría tomar como un nivel promedio para la capacidad de carga del sistema; $g(t)$ es una función que se podría interpretar como una perturbación sobre la capacidad de carga, atribuible a variaciones en el medio ambiente.

Para la identificación de parámetros se definió la tasa de captura por unidad de esfuerzo (CPUE), que aquí se denotó como $U(t)$, mediante la ecuación (Schnute, 1977)

$$U(t) = qx(t). \quad (5)$$

por lo que $\frac{dU}{dt} = q \frac{dx}{dt}$, así tenemos que, cuando r varía en el tiempo, de (2) se obtiene

$$\frac{1}{U} \frac{dU}{dt} = r(t) \ln\left(\frac{U(t)}{qK}\right) - qE(t) \quad (6)$$

La expresión análoga cuando K varía en el tiempo es

$$\frac{1}{U} \frac{dU}{dt} = r \ln\left(\frac{U(t)}{qK}\right) - qE(t) - r g(t) \quad (7)$$

En este caso se definió

$$W(t) = r g(t), \quad (8)$$

por lo que, de (7), obtenemos

$$\frac{1}{U} \frac{dU}{dt} = r \ln \left(\frac{U(t)}{qK} \right) - qE(t) - W(t) \quad (9)$$

Se ha supuesto que las funciones $r(t)$ y $W(t)$ pueden ser expresadas mediante una serie de Fourier truncada; por lo que cualquier función de interés para el análisis de las variaciones de la biomasa del recurso, asociada con la variabilidad ambiental, se representó mediante un polinomio trigonométrico $Z_N(t)$, de la forma

$$Z_N(t) = \sum_{k=0}^N (a_k(Z) \text{Sen}(k\omega(Z)) + b_k(Z) \text{Cos}(k\omega(Z))), \quad (10)$$

donde $a_k(Z)$, $b_k(Z)$ y $\omega(Z)$ son los parámetros asociados con la variable particular que estamos considerando, expresada a través de la función Z . En la práctica, el número de términos de la función $Z_N(t)$ está limitada por la cantidad de datos con que se cuente, ya que al aumentar el número de parámetros a estimar en una ecuación de regresión, se reduce el número de grados de libertad.

Se resolvieron las ecuaciones diferenciales (6) y (9) y se identificaron los parámetros de la ecuación utilizando los datos de captura por unidad de esfuerzo de la pesquería estudiada, para cada caso. Se hizo la expansión de las funciones $r(t)$ y $W(t)$, para $n=1$ (ec.8), buscando que el modelo ajustado a los datos explique la mayor variabilidad en la respuesta, se exploraron diversas variantes de esta expresión.

Para estimar estos parámetros se aplicó una técnica de Regresión No-Lineal utilizando el paquete computacional STATISTICA (v. 5.0). El cálculo de los errores estándar de los parámetros se realizó mediante remuestreo Jackknife. Se estimaron también los parámetros del modelo dado por la ecuación (1).

III RESULTADOS

Las expresiones para las funciones $r(t)$ y $W(t)$ que produjeron el mayor porcentaje de variabilidad explicada por la ecuación de regresión fueron,

$$r(t) = a_1 \text{Sen}(\omega t) + a_2 \text{Cos}(\omega t) \quad \text{y} \quad W(t) = s_2 \text{Cos}(wt)$$

En la Tabla I se muestran los estimadores obtenidos para el modelo de parámetros constantes, y en las Tablas II y III los obtenidos para las generalizaciones del modelo. Las Figuras 1 y 2 muestran la variación de r y K en el tiempo, respectivamente.

Tabla I. Estimadores de los parámetros para el modelo de parámetros constantes (ec.1), sus errores estándar y el porcentaje de variabilidad explicada por éste.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
<i>r</i>	0.339	0.014	77 %
<i>K</i>	4,352,177	184,460	
<i>q</i>	27.1 x 10 ⁻⁶	1.7 x 10 ⁻⁶	

Tabla II. Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar a r una función del tiempo, $r(t) = a_1 \text{Sen}(wt) + b_1 \text{Cos}(wt)$, sus errores estándar y el porcentaje de variabilidad explicada por el modelo ajustado a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
a_1	-0.302	0.028	75%
b_1	0.171	0.025	
w	0.621	0.005	
K	4,030,000	1,000,000	
q	24×10^{-6}	6×10^{-6}	

Tabla III. Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado, al considerar la variación en el tiempo de la capacidad de carga del sistema, $K(t)$, expresada mediante la función $K(t) = K \cdot \exp(s_2 \cdot \text{Cos}(wt))$, sus errores estándar y el porcentaje de variabilidad explicada al ajustar el modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
r	-0.3187	0.0071	89.7 %
K	4,513,700	59,200	
q	23.9×10^{-6}	4.4×10^{-7}	
w	0.645	0.002	
s_2	0.1438	0.0052	

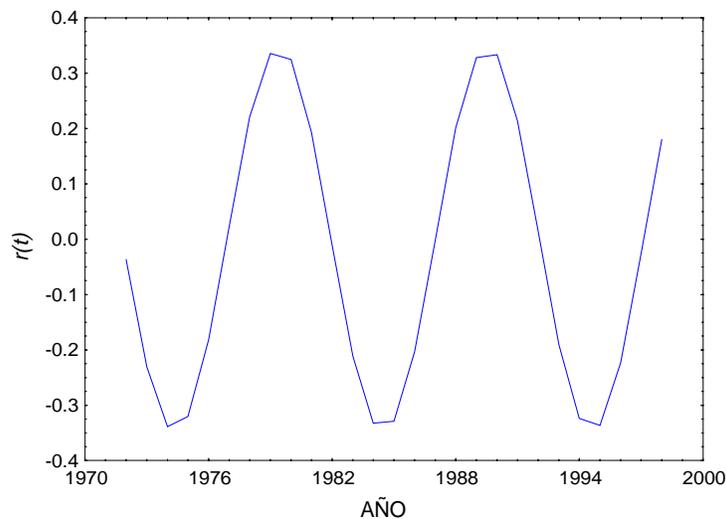


Figura 1. Variación en el tiempo de $r(t) = -0.302 \text{Sin}(0.621t) + 0.171 \text{Cos}(0.621t)$ para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y K constante.

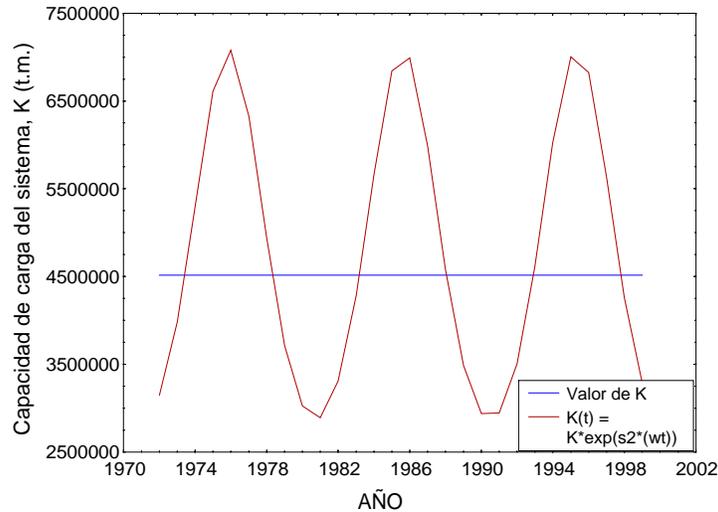


Figura 2. Variación de la capacidad de carga, $K(t)$, en el tiempo. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y r constante.

IV DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para la generalización del modelo cuando r varía en el tiempo, se observa que los valores de r cercanos a cero ocurren en 1972, 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997 (Figura 1), años en los que se han reportados eventos climáticos de importancia, como El Niño, para el Pacífico Este (Kerr, 1998; McPhaden, 1999). Se ha reconocido como fuente primaria de variabilidad interanual a El Niño, ya que la variabilidad ENSO (El Niño-Oscilación del Sur) tiene grandes efectos sobre los ecosistemas marinos, particularmente para el ecosistema pelágico (Fielder *et al.* 1986; Lynn *et al.* 1998); sin descartar también a la explotación como un factor importante que ocasiona la baja en los niveles de abundancia, por lo que un fuerte estrés ambiental ocasionado por un evento climático como El Niño provocaría una disminución de la tasa intrínseca de crecimiento de la población. Los resultados obtenidos al ajustar a los datos de la pesquería la generalización del modelo cuando varía la capacidad de carga en el tiempo y se mantiene r constante muestran que el modelo logra explicar una alta variabilidad en la respuesta (89.7 %); se observa que la capacidad de carga del sistema oscila entre 3,000,000 y 7,000,000 de toneladas métricas (Figura 2), con valores mínimos para los años 1982 y 1992.

Si se comparan los resultados de ambas generalizaciones con los obtenidos al ajustar el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes, se tiene que, aunque el porcentaje de variabilidad explicada por este modelo es similar (Tablas I, II y III), éste es más pobre porque no nos aporta mayor información que la de los valores estimados para los parámetros, los cuales podrían ser considerados como valores promedio de éstos durante el horizonte temporal en el que se estudia la pesquería, con el supuesto subyacente de que las condiciones ambientales permanecieron estables durante este periodo, lo cual obviamente es difícilmente sostenible, ya que implica que la población no tuvo variaciones en el factor de escala de la tasa de crecimiento natural, ni se vio alterada la capacidad de carga del sistema. Actualmente se reconoce que ocurren variaciones en los stocks de invertebrados y peces marinos explotados en escalas de tiempo interanual, decadal y centenal (Spencer y Collie, 1997; Schwartzlose *et al.*, 1999) y que el evento climático El Niño puede afectar los parámetros reproductivos de la anchoveta, como la

fecundidad y en general las condiciones del habitat de las diferentes especies marinas, esto es, la capacidad de carga del sistema.

Es posible concluir que la variación en el tiempo de los parámetros de un modelo pesquero permite que los datos de la pesquería reflejen a través de éste la variabilidad ambiental que los ha influido.

LITERATURA CITADA

- Fiedler, P.C., R.D. Methot y R.P. Hewitt. 1986. Effects of California El Niño 1982-1984 on the northern anchovy. *Journal of Marine Research*, 44, 317-338.
- Fletcher, R.I. 1978. On the restructuring of the Pella-Tomlinson system. *U.S. Fish. Bull.* 76: 515-534.
- Kerr, R.A. 1998. Models win big in forecasting El Niño. *Science* 280(5363): 522-523.
- Levins, R. 1969. The effect of random variations of different types on population growth. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 62: 1061-1065.
- Lluch-Belda, D., R.M.J. Crawford, T. Kawasaki, A.D. MacCall, R.H. Parrish, R.A. Schwartzlose y P.E. Smith. 1989. World-wide fluctuations of sardine and anchovy stocks: The regimen problem. *S. Afr. J. Mar. Sci.*, 8: 195-205.
- Lluch-Belda, D., F. Magallon-Barajas y R.A. Schwartzlose. 1986. Large fluctuations in the sardine fishery in the Gulf of California: Possible causes. *CalCOFI Rep.*, 27: 136-140.
- Lluch-Belda, D., R.A. Schwartzlose, R. Serra, R. Parrish, T. Kawasaki, D. Hedgecock, y R.J.M. Crawford. 1992. Sardine and anchovy regime fluctuations of abundance in four regions of the world oceans: a workshop report. *Fisheries Oceanography* 1:4, 339-347.
- Lluch-Cota, D.B., S. Hernández-Vázquez y S.E. Lluch-Cota. 1997. Empirical investigations on the relationship between climate and small pelagic global regimes and El Niño-Southern Oscillation (ENSO). *FAO Fisheries Circular. No. 934*. Rome, FAO. 1997, 48 pp.
- Lynn, R.J., T. Baumgartner, J. García, C.A. Collins, T.L. Hayward, K.D. Hyreback, A.W. Mantyla, T. Murphree, A. Shankle, F.B. Schiwing, K.M. Sakuma y M.J. Tegner. 1998. The state of the California Current, 1997-1998: transition to El Niño conditions. *CalCOFI Rep.*, 39, 25-49.
- McPhaden, M.J. 1999. Genesis and evolution of the 1997-98 El Niño. *Science* 283: 950-954.
- Quinn, T.J.II y R.B. Deriso. 1999. *Quantitative Fish Dynamics*. Oxford University Press. New York. 542 pp.
- Schnute, J. 1977. Improved estimates from the Schaefer production model: Theoretical considerations. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, 34: 583-603.
- Schwartzlose, R.A., J. Alheit, A. Bakun, T.R. Baumgartner, R. Cloete, R.J.M. Crawford, W.J. Fletcher, Y. Green-Ruiz, E. Hagen, T. Kawasaki, D. Lluch-Belda, S.E. Lluch-Cota, A.D. MacCall, Y. Matsuura, M.O. Nevarez-Martínez, R.H. Parrish, C. Roy, R. Serra, K.V. Shust, M.N. Ward y J.Z. Zuzunaga. 1999. Worldwide large-scale fluctuations of sardine and anchovy populations. *S. Afr. J. mar. Sci.* 21: 289-347.
- Spencer, P.D. y J.S. Collie. 1997. Patterns of population variability in marine fish stocks. *Fish. Oceanogr.* 6:3, 188-204.