

HERRAMIENTAS EN LÍNEA PARA UN LABORATORIO DE FÍSICA

Saúl Robles García¹, Héctor Antonio Villa Martínez², Mario Enrique Álvarez Ramos¹,
Irma Elodia Morales Fernández¹, Emiliano Salinas Covarrubias¹, Eduardo Verdín López¹

¹Departamento de Física, ²Departamento de Matemáticas
Universidad de Sonora

Resumen

Como parte del laboratorio de mecánica para la enseñanza de la física, se ha desarrollado un applet que calcula la derivada de la ecuación de movimiento, evaluando la velocidad instantánea, a partir de datos experimentales obtenidos en el laboratorio.

A partir de los datos de posición contra el tiempo, la velocidad instantánea se puede obtener mediante el cálculo de la velocidad media para intervalos de tiempo cada vez más pequeños hasta llegar al valor más pequeño posible en nuestro laboratorio, igual a 1/60 seg. El valor límite se obtiene del cruce con el eje vertical de una recta ajustada por el método de mínimos cuadrados (regresión lineal) a los puntos (dt_1, Vm_1) , (dt_2, Vm_2) , ... donde $dt_1 = t_1 - t_0$, $dt_2 = t_2 - t_0$, ... y $Vm_1 = (x_1 - x_0)/(t_1 - t_0)$, $Vm_2 = (x_2 - x_0)/(t_2 - t_0)$, ... El applet calcula la derivada de la posición con respecto al tiempo y muestra los valores de la velocidad en todos los puntos. El applet permite seleccionar un punto para estudiar cómo se calcula la derivada. En el primer caso se puede generar las gráficas de la posición y la velocidad en función del tiempo y, en el segundo caso, genera las gráficas de la velocidad media contra delta t para ilustrar los procesos de límite por la izquierda y límite por la derecha.

1. Introducción

El presente trabajo se enmarca dentro de la revisión de la guía de experimentos del Laboratorio de Mecánica del Departamento de Física de la Universidad de Sonora. La guía incluye alrededor de una docena de experimentos sobre cinemática y dinámica.

Como parte de este proyecto se han desarrollado herramientas en Java para facilitar el análisis de las mediciones. Hasta el momento están disponibles herramientas para hacer análisis estadístico de mediciones, regresión lineal, cálculo de la velocidad y estudio de proyectiles. En este artículo se presenta, por considerar que es de interés para la enseñanza de las matemáticas, la herramienta para hacer el cálculo de la velocidad instantánea de un cuerpo que se mueve con aceleración constante.

El resto de este artículo está organizado de la siguiente manera: En la sección 2, se describe el concepto de velocidad instantánea; en la sección 3, se describe el modelo de regresión lineal por mínimos cuadrados; en la sección 4, se explica la tecnología computacional utilizada; en la sección 5, se presenta la descripción funcional de la herramienta y, por último, se presentan algunas conclusiones y perspectivas.

2. Velocidad instantánea

La velocidad media de un objeto, se define como el cociente del desplazamiento y el tiempo transcurrido ($v = \Delta s / \Delta t$). Por otro lado, la velocidad instantánea se define como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero.

A partir de los datos de posición contra el tiempo que se obtienen de un experimento, la velocidad instantánea se puede obtener mediante el cálculo de la velocidad media, para intervalos de tiempo cada vez más pequeños, hasta llegar al valor más pequeño que es posible medir en nuestro laboratorio, igual a 1/60 seg. El valor límite se obtiene ajustando una recta por el método de mínimos cuadrados a los puntos (dt_1, Vm_1) , (dt_2, Vm_2) , ... donde $dt_1 = t_1 - t_0$, $dt_2 =$

$t_2 - t_0, \dots$ y $V_{m1} = (x_1 - x_0)/(t_1 - t_0)$, $V_{m2} = (x_2 - x_0)/(t_2 - t_0)$, ... La velocidad instantánea es igual a la derivada de la posición con respecto al tiempo que se define como el valor límite antes mencionado y está dado por el valor donde se cruza con el eje vertical la recta ajustada de la velocidad media.

3. Regresión lineal

Para hacer el ajuste de la recta a los puntos de velocidad media contra el tiempo, se utiliza el método de regresión lineal, también conocido como mínimos cuadrados.

Cuando se tienen los datos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , $(x_3, y_3), \dots, (x_N, y_N)$, suponiendo que las x_i no tienen incertidumbre y las y_i están gobernadas por una distribución de Gauss con la misma incertidumbre para cada medición, se puede ajustar una recta a dichos puntos mediante la regresión lineal o ajuste por mínimos cuadrados [2].

Dicha recta tiene la forma

$$y = mx + b$$

donde

$b = [(\sum x_i^2)(\sum y_i) - (\sum x_i)(\sum x_i y_i)]/\Delta$, es el cruce de la recta con el eje vertical,
 $m = [N(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)]/\Delta$, es la pendiente de la recta y
 $\Delta = N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2$.

Las incertidumbres en las constantes b y m están dadas por:

$$\sigma_b^2 = (\sigma_y^2 \sum x_i^2) / \Delta$$

$$\sigma_m^2 = (N \sigma_y^2) / \Delta$$

donde $\sigma_y^2 = [1/(N - 1)]\sum (y_i - y_0)^2$, es la desviación standard y $y_0 = \sum y_i / N$, es el valor promedio.

4. Tecnología computacional

Para la programación se utilizó el lenguaje Java por ser neutral a la arquitectura, y por lo tanto portable, ideal para programar en Internet y porque cuenta con librerías y clases que permiten realizar cálculos matemáticos y programar fácilmente interfaces gráficas. Además el ambiente de desarrollo está disponible en forma gratuita en la página de Java de Sun Microsystems (<http://java.sun.com>).

El lenguaje Java maneja el concepto de *applet*. Un applet es un programa que está concebido para ser invocado por una página HTML, agregándole funcionalidad a la página. La característica principal de un applet es que, aunque reside en la misma computadora que la página HTML que lo invoca, al ser accesada esta página desde una computadora remota, el applet *viaja* a través del Internet y se ejecuta en la computadora que hizo el acceso. Por esta razón y como seguridad contra programadores malintencionados, un applet no puede acceder ningún recurso de la computadora donde se está ejecutando y tampoco puede comunicarse con ninguna otra computadora que no sea la computadora donde estaba originalmente.

5. Descripción funcional

La herramienta para calcular la velocidad instantánea está visible en la página del laboratorio de mecánica (<http://www.fisica.uson.mx/mecanica>) junto con los otros applets que se han desarrollado como parte del proyecto.

Al entrar se presenta un menú con las siguientes opciones: análisis estadístico de mediciones, regresión lineal, cálculo de la velocidad y estudio de proyectiles.

5.1 Herramienta para velocidad instantánea

El programa presenta dos áreas de texto, dos campos de texto y cinco botones. En el área de texto denominada “Datos” se escriben los valores correspondientes al tiempo y la posición. Al oprimir el botón “Calcular”, el applet escribe los resultados en el área de texto denominada “Resultados”. Además, en el campo de texto denominada “Pulsos/seg” se puede especificar el número de pulsos por segundo y en el campo de texto denominado “Punto de interés” se especifica el punto donde se desea observar cómo se hace el cálculo de la velocidad instantánea. En este caso, el programa calcula y muestra, para el punto indicado, el valor de la velocidad instantánea con su incertidumbre y una tabla con los valores de la velocidad media calculada, para los diferentes intervalos de tiempo entre el punto seleccionado y todos los otros puntos. El botón graficar, permite hacer que el applet genere una ventana con la gráfica correspondiente. Ver figura 1:

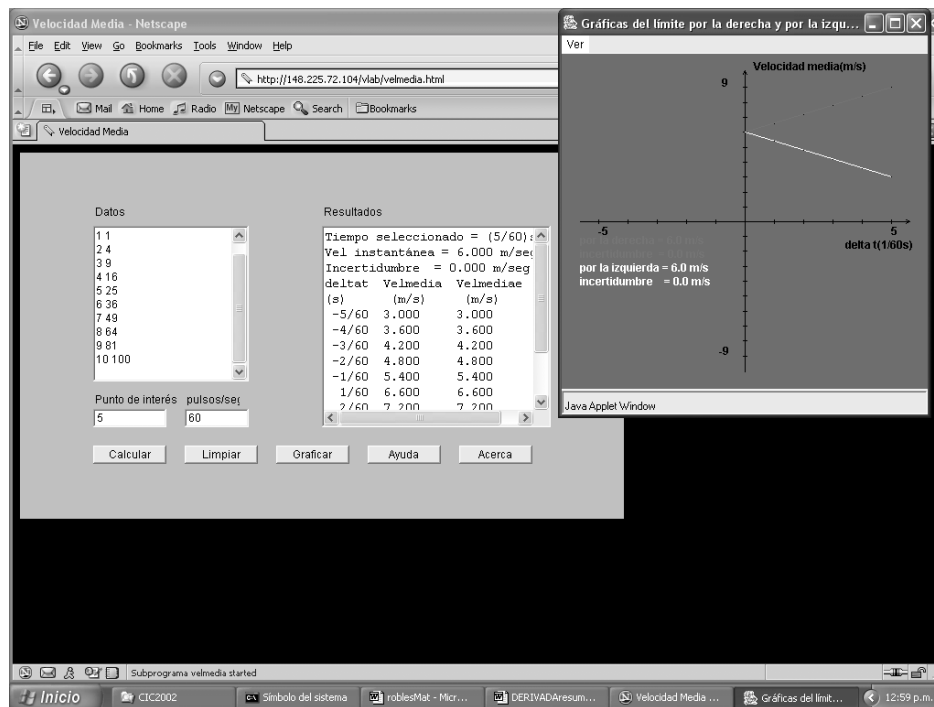


Figura 1. Applet Cálculo de la Velocidad

En caso de no indicarse algún punto, el applet calcula la velocidad instantánea para todos los puntos. Ver figura 2:

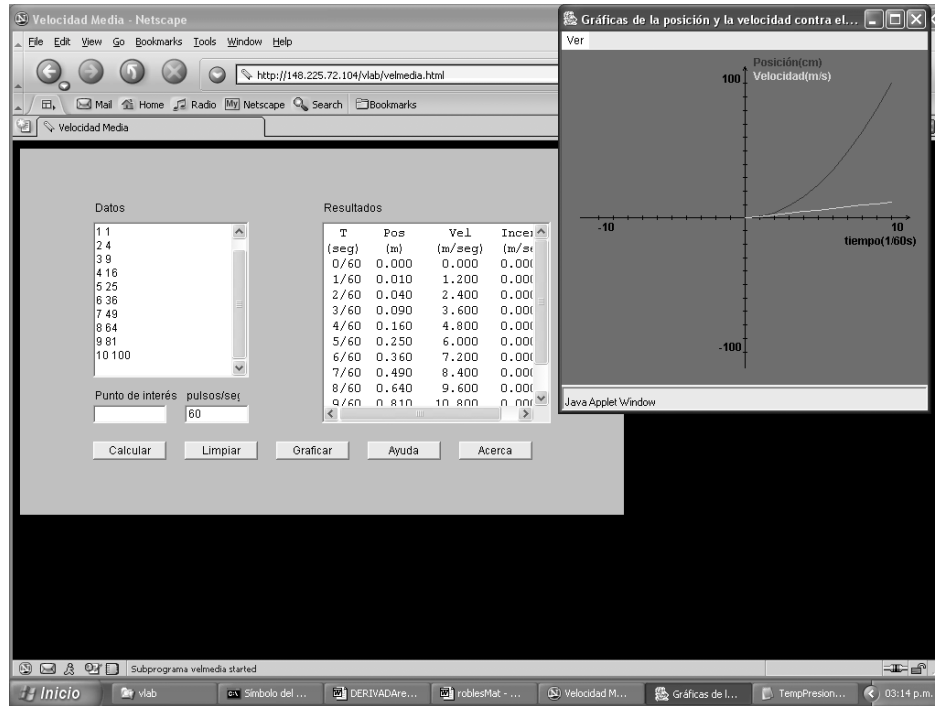


Figura 2. Applet Cálculo de la Velocidad

6. Conclusiones

La combinación de recursos que se encuentran disponibles de forma gratuita, nos ha permitido hacer visibles en el Internet herramientas de apoyo a los experimentos del laboratorio de mecánica. En particular, la herramienta presentada, permite observar el comportamiento de los límites por la izquierda y por la derecha para obtener la derivada de la posición con respecto al tiempo.

HTML y Java son totalmente portables y por lo tanto estos programas pueden ser instaladas sin cambios en cualquier computadora, sin importar el sistema operativo.

Aunque esta herramienta se ha desarrollado para un laboratorio de mecánica, también es útil en un curso de cálculo diferencial para estudiar el concepto de derivada.

Bibliografía

- [1] Halliday, D., Resnick, R., Krane S. K., *Physics, Volume One*, Fourth Edition. John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Taylor, J. R., *An Introduction to Error Analysis*, University Science Books, 1982.