

ESTUDIO BIOECONÓMICO EN PESQUERÍAS: EL CASO DE LA ANCHOVETA NORTEÑA

Dora Julia Borbón González
Departamento de Matemáticas
Universidad de Sonora

Resumen

*Se realizó un estudio bioeconómico retrospectivo de la optimalidad del esfuerzo pesquero ejercido en la pesquería de anchoveta norteña (*Engraulis mordax*) de la costa oeste de Baja California a través de la aplicación de la teoría de Control Óptimo determinista. La información sobre capturas comerciales y esfuerzo pesquero ejercido se obtuvo del Centro Regional de Investigaciones Pesqueras de Ensenada y la información de tipo económico, referente a la pesquería, de diversas fuentes. La tasa de crecimiento de la biomasa del recurso se modeló con la ecuación Gompertz-Fox; se consideró como objetivo la maximización del valor presente de los ingresos netos totales derivados de la explotación del recurso y como variable de control al esfuerzo pesquero. Los resultados muestran que, para los distintos casos analizados, la estrategia de control fue sub-óptima dado que el esfuerzo pesquero aplicado no mantuvo el nivel de biomasa sobre la senda óptima.*

1. Introducción

El enfoque bioeconómico de una pesquería debe ser enmarcado dentro de la Teoría de Capital, en donde un recurso es visto como un bien de capital, por lo que las decisiones de consumo en el presente tienen implicaciones de consumo en el futuro, debido al impacto en los niveles de abundancia del stock (Clark, 1990). Por lo cual el problema en la administración del recurso se transforma en la selección de un flujo de pesca óptimo en el tiempo, lo que implica a su vez la selección de un nivel óptimo del stock en función del tiempo (Clark y Munro, 1975). La conservación de recursos productivos es grandemente un problema de uso óptimo de éstos en el tiempo; la teoría de la conservación, por lo tanto, debe establecerse sobre modelos matemáticos explícitos de los procesos biológicos involucrados y tratarse como un problema de optimización dinámica (Clark, 1976).

La teoría de Control Óptimo ha sido reconocida como una herramienta importante para la solución de problemas que ocurren en forma natural en diversos campos tales como medicina, ecología, economía, producción de energía eléctrica y otros (Hocking, 1991). Las técnicas de teoría de Control Óptimo, en particular el principio del máximo de Pontryagin (1962), son un resultado y una extensión de las técnicas clásicas variacionales de Euler, Lagrange, Legendre, Weierstrass, Hamilton y Jacobi (Craggs, 1975; Clark, 1990; Fleming y Rishel, 1975). Las condiciones necesarias para optimalidad para un problema de control fueron derivadas por Pontryagin, Boltyanskii y Gamkrelidze; éstas son conocidas comunmente como “Principio de Pontryagin” (Fleming y Rishel, 1975).

En pesquerías el problema del control óptimo a tiempo continuo se define especificando inicialmente un sistema dinámico que expresa la tasa de cambio de la biomasa explotada $x(t)$ mediante el balance de los factores que determinan su crecimiento natural y el efecto asociado a los procesos de extracción (Clark, 1990; Cohen, 1987). La explotación se lleva a cabo en un intervalo de tiempo, horizonte temporal, finito o infinito; se incluyen generalmente una condición inicial $x(0) = x_0$ y una final $x(T) = x_T$ sobre el nivel de biomasa $x(t)$, respectivamente, en los extremos del intervalo. El sistema dinámico incluye una función de

control $u(t)$ perteneciente a un conjunto de admisibilidad U , con una restricción sobre la variación de la función de control $U(u(t), t) = 0$; se puede incluir una restricción sobre variación de estado $B(x(t), t) = 0$. Finalmente, se desea resolver el problema de obtener el máximo (o mínimo) valor posible de una funcional definida en términos de la función de control $u(t)$, la respuesta $x(t)$ y la condición terminal para la biomasa del recurso (Clark, 1989, 1990).

El concepto económico estándar para reflejar el valor del tiempo es el llamado descuento; de acuerdo a la teoría económica, el propietario de un stock de un recurso debería estar motivado para seleccionar una estrategia de producción que maximizara su valor presente, esto es, el valor del stock descontado (Clark, 1989; Hannesson, 1993). Por lo anterior, la funcional objetivo en el problema de control equivale al valor presente de los ingresos netos descontados derivados de la explotación del recurso (Clark, 1989; McKelvey, 1989).

2. Metodología

Se utilizó información económica, sobre capturas comerciales y esfuerzo pesquero ejercido, correspondientes al período 1972-1998; ésta se reporta en Borbón-González y Cota-Villavicencio (1999). La tasa de crecimiento de la biomasa se modeló con la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = rx(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t) \quad (1)$$

sujeta a la condición inicial $x(0) = x_0$, donde $r < 0$, $K > 0$ y $q > 0$, dx/dt es la razón de cambio de la biomasa respecto al tiempo, $E(t)$ la tasa de esfuerzo pesquero, r es la tasa de crecimiento específica de la población, K es la capacidad de carga del sistema y q es el coeficiente de capturabilidad. El modelo dado por la ecuación (1) utiliza la ecuación de crecimiento de Gompertz, por esa razón nos referimos al mismo como modelo de producción de Gompertz-Fox (Fox, 1970).

En la identificación de los parámetros del modelo se usó la definición de la tasa de captura por unidad de esfuerzo $U(t)$ de Schnute (1977)

$$U(t) = qX(t) \quad (2)$$

Se resolvió la ecuación diferencial (1) en términos de $U(t)$ y se obtuvieron los estimadores de los parámetros; los resultados se muestran en la Tabla 1. Estos valores se usaron, junto con la información económica, en la aplicación de la teoría de control óptimo a la pesquería. Se consideró como variable de control al esfuerzo pesquero $E(t)$, el cual se sujetó a las restricciones

$$0 \leq E(t) \leq E_{max} \quad (3)$$

y como funcional objetivo la expresión para los ingresos netos totales descontados derivados de la explotación del recurso

$$J\{x(t), E(t)\} = \int_0^T e^{-\delta t} \{qx(t)p(t) - qx(t)C(x)\}E(t)dt \quad (4)$$

donde $p(t)$ es el precio de una unidad del recurso cosechado (el cual en una primera aproximación se consideró constante) y $C(x)$ es igual a el costo de cosecha unitario cuando el nivel de la población es x ; $\delta > 0$ es una constante que denota la tasa de descuento, la cual en el caso general se consideró una función del tiempo, $\delta(t)$.

Para efectuar la maximización de la funcional objetivo sobre el espacio de variación de la variable de control, se aplicaron las condiciones de optimalidad expresadas en el "principio del

máximo de Pontryagin” (Pontryagin *et al.*, 1962; Clark, 1990). Se obtuvo la expresión implícita para la variable respuesta que define la senda óptima x_s (Borbón-González, 2002), para el caso general viene dada por la expresión:

$$F'(x_s(t)) = \delta(t) + \frac{F(x_s(t))C'(x_s(t)) - \frac{dp}{dt}}{(p(t) - C(x_s(t)))} \quad (5)$$

En el caso autónomo, cuando $p(t)$ y $\delta(t)$ permanecen constantes, la ecuación (5) genera la llamada ecuación de la regla aurea de Clark (Clark, 1990):

$$F'(x) - \frac{C'(x)F(x)}{p - C(x)} = \delta. \quad (6)$$

Para cada tiempo t las ecuaciones (5) y (6) definen implícitamente la senda singular $x_s(t)$, biomasa óptima al tiempo t , para los casos no-autónomo y autónomo, respectivamente.

La función $F(x(t))$ es dada por la función de crecimiento de Gompertz, definida en la ecuación (1), $C(x) = \frac{\mu(x(t))}{qx(t)}$ es el costo por unidad de biomasa y $\mu(x(t))$ es el costo por unidad de esfuerzo. En el caso autónomo se consideró $\delta(t) = \delta$, $\mu(x(t)) = c$ y $p(t) = p$; se obtuvo el nivel de biomasa óptima a partir de la ecuación (6), dado implícitamente por la ecuación

$$\ln\left(\frac{x_s(\delta)}{K}\right) + \frac{c \ln\left(\frac{x_s(\delta)}{K}\right)}{pqx_s(\delta) - c} - \frac{\delta}{r} + 1 = 0 \quad (7)$$

En el caso no-autónomo se consideraron precio y tasa de descuento variables, $p(t)$ y $\delta(t)$; el costo por unidad de esfuerzo constante, $u(x) = c$. La función implícita para el nivel de biomasa óptimo obtenida a partir de la ecuación (5) es la siguiente

$$\ln\left(\frac{x_s}{K}\right) + \frac{c \ln\left(\frac{x_s}{K}\right)}{qx_s p(t) - c} + \frac{qx_s \frac{dp}{dt}}{r(qx_s p(t) - c)} - \frac{\delta(t)}{r} + 1 = 0 \quad (8)$$

Se calcularon los valores de biomasa óptima $x_s(t)$ a partir las ecuaciones (7) y (8) utilizando el paquete de cómputo MAPLE V.

3. Resultados

En la Tabla 1 se presentan los estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox, ecuación (1), obtenidos mediante regresión no-lineal, así como los errores estándar de éstos y el porcentaje de variabilidad explicada por el modelo. En la Figura 1 se presentan las gráficas de la biomasa estimada a partir de los datos de captura por unidad de esfuerzo pesquero (CPUE) y la biomasa óptima calculada al usar la ecuación (7) cuando el costo por unidad de esfuerzo, $\mu(x(t))$, es de 3,000 dólares por viaje y el precio es de 300 dólares por tonelada de harina de pescado, para dos valores distintos de la tasa de descuento, $\delta = 0.05$ y $\delta = 0.10$. En la Figura 2 se muestran las gráficas de la biomasa estimada con datos de CPUE y biomasa óptima (ec. 7) cuando el costo por unidad de esfuerzo se mantiene en 3,000 dólares por viaje y la tasa de descuento es $\delta = 0.05$, para tres distintos precios (50, 300 y 700 dólares por tonelada de harina de pescado). En la

Figura 3 se muestran estas mismas gráficas cuando se mantiene el precio en 50 dólares por tonelada de harina de pescado y una tasa de descuento de 0.05, para dos distintos valores del costo por unidad de esfuerzo (2000 y 3,000 dólares por viaje de pesca). En la Figura 4 se presentan las gráficas de la biomasa estimada con datos de CPUE y la biomasa óptima calculada con la ecuación (8) para el caso no-autónomo, cuando el precio de la tonelada de harina de pescado y la tasa de descuento varían en el tiempo y se considera un costo de 3,000 dólares por viaje de pesca. En la Figura 5 se muestra la estrategia de control óptimo que se construyó, considerando una biomasa inicial del recurso, x_0 , menor a la biomasa óptima $x_s(0)$ y una biomasa final $x^*(T)$ mayor a la dada por la senda óptima.

Parámetro	Estimador	Error Estándar	Variabilidad explicada
r	-0.339	0.014	77 %
K	4,352,177	184,460	
q	27.1×10^{-6}	1.7×10^{-6}	

Tabla 1.- Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox, sus errores estándar y % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.

En el caso autónomo se observó (Figura 1) que al elevar la tasa de descuento δ de 0.05 a 0.10, fijos el precio y el costo por unidad de esfuerzo, desciende el nivel de biomasa óptima. Se muestra también la biomasa estimada a partir de datos de captura por unidad de esfuerzo.

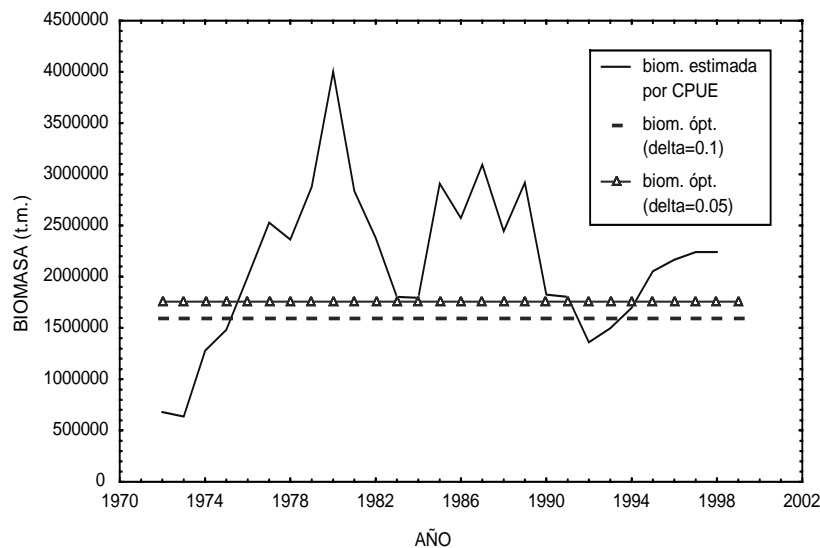


Figura 1. Biomasa estimada por CPUE y nivel de biomasa óptima para dos valores de la tasa de descuento, δ .

En la Figura 2 se observa que al variar el precio, manteniendo constante el costo por unidad de esfuerzo y la tasa de descuento, baja el nivel de biomasa óptima al aumentar el precio.

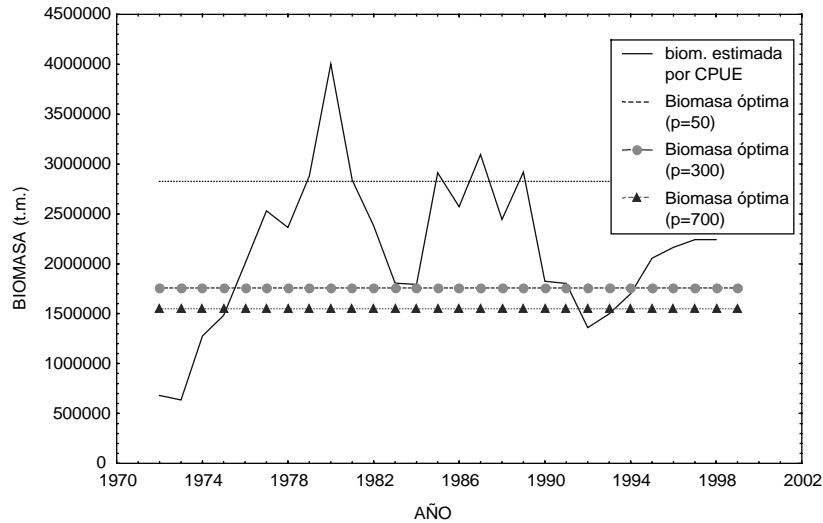


Figura 2. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada para tres distintos precios, fijos el costo por unidad de esfuerzo (en 3,000 dólares/viaje) y la tasa de descuento en 0.05.

El nivel de biomasa óptima se eleva al aumentar el costo por unidad de esfuerzo (Figura 3), fijos precio (50 dólares por tonelada de producto fresco) y la tasa de descuento en 0.05. Se muestra, además, la biomasa estimada a partir de los datos de captura por unidad de esfuerzo.

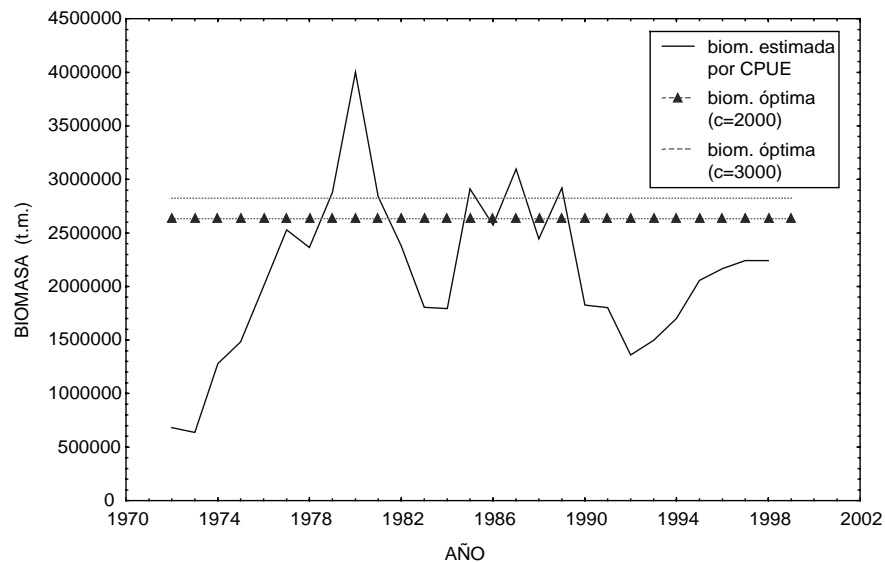


Figura 3. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada para dos distintos costos por unidad de esfuerzo (2000 y 3000 dólares/viaje), fijos precio (50 dólares/tonelada) y tasa de descuento ($\delta=0.05$).

En el caso no-autónomo variaron tanto el precio como la tasa de descuento, esto es $p(t)$ y $\delta(t)$ y se mantuvo constante el costo por unidad de esfuerzo $\mu(x)$ en 3,000 dólares/viaje. La Figura 4 muestra la variación de la biomasa óptima respecto al tiempo para esta situación económica.

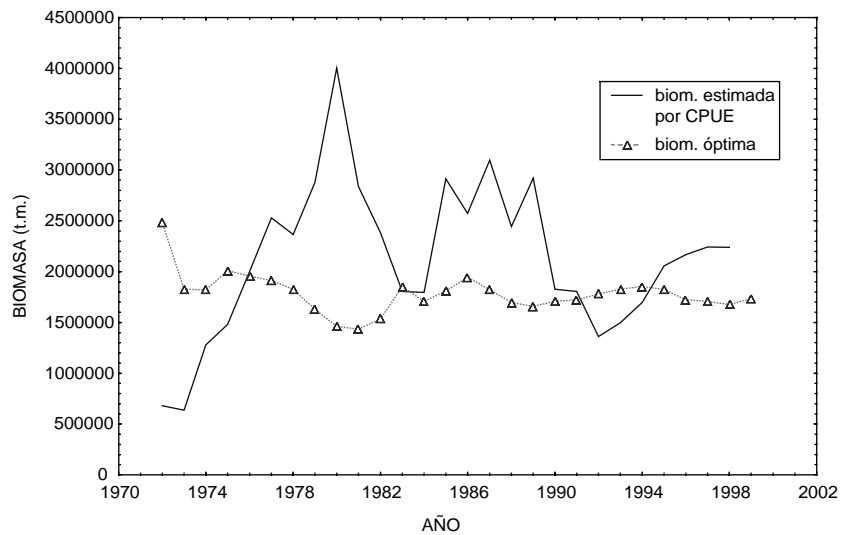


Figura 4. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada cuando precio y tasa de descuento se consideran funciones del tiempo y se mantiene constante el costo por unidad de esfuerzo.

La estrategia de control óptimo que se construyó en el intervalo $[t_0, T]$ se ilustra en la Figura 5:

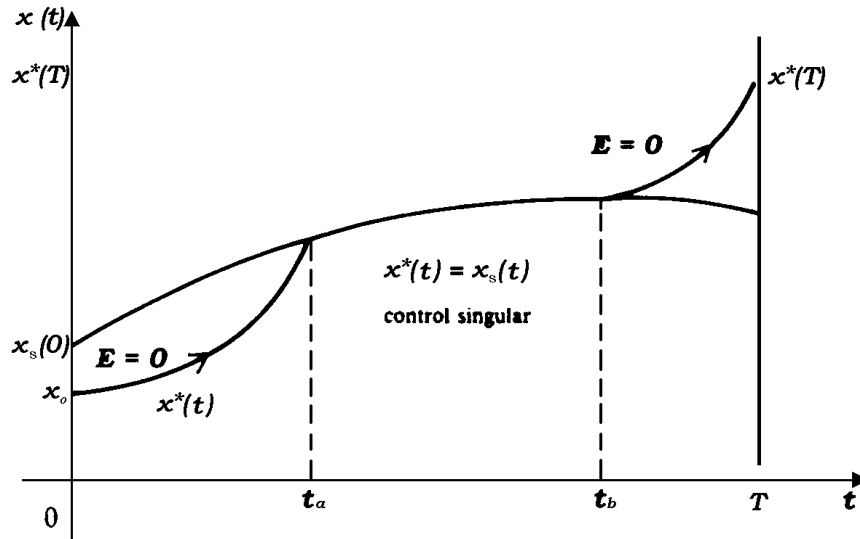


Figura 5. Estrategia de control óptimo para el caso $x_0 < x_s(0)$. Cuando el valor inicial x_0 de la respuesta es menor que $x_s(0)$ suspendemos la explotación para permitir que la biomasa se incremente hasta alcanzar en un tiempo t_a la senda óptima $x_s(t)$. A partir de t_a la explotación continuará en el modo de control singular hasta un tiempo t_b , a partir del cual suspendemos nuevamente la explotación para permitir que la condición final x_T se satisfaga a un tiempo T .

Se obtuvo la expresión para el nivel de esfuerzo óptimo, el cual tiene la forma,

$$E_s = \frac{|r|}{q} \ln \left(\frac{K}{x_s} \right). \quad (9)$$

Para el caso autónomo (cuando $p = 300$, $c = 3,000$ y $\delta = 0.05$) se obtuvo $E_s = 11,346$ viajes/año. Para el caso no-autónomo (cuando $c = 3,000$, $p(t)$ y $\delta(t)$), los valores calculados de E_s oscilan entre 8,049 y 13,900 viajes/año.

4. Discusión de resultados y Conclusiones

De acuerdo a la estrategia de control óptimo construida (Figura 5) y a los resultados obtenidos en el análisis bioeconómico de la pesquería de anchoveta, tanto en el caso autónomo como no-autónomo, se observa que en general la biomasa del recurso, estimada a partir de datos de captura por unidad de esfuerzo, se encuentra por arriba del nivel de biomasa óptima para la mayor parte de los años del horizonte temporal considerado, por lo que la explotación del recurso se considera subóptima ya que durante esos años pudo haberse aplicado un esfuerzo pesquero igual a la cota superior E_{\max} para que, en teoría, la biomasa bajara hasta la senda óptima. En general el esfuerzo real aplicado, el cual no alcanzó los 4,000 viajes/año, no fue capaz de mantener la biomasa sobre la senda singular. Sin embargo, para la situación económica en la que se considera el precio de la anchoveta fresca que ingresa al proceso de reducción (esto es,

fabricación de harina de pescado), (ver Figuras 2 y 3) se observa lo contrario (aunque también la explotación fue subóptima de acuerdo a la estrategia que se muestra en la Figura 5), por lo que la pesca del recurso, bajo esta situación, solo debió permitirse durante pocos años, de 1979 a 1982, 1985, 1987 y 1989. Lo anterior pone de manifiesto la importancia de seleccionar adecuadamente tanto el nivel de precios del recurso, como el evaluar en forma fidedigna los costos en los que se incurre durante el proceso de explotación de éste.

El presente estudio ha sido orientado hacia algunos aspectos metodológicos del vasto universo de la modelación aplicada al manejo de recursos. Resulta pertinente señalar que una extensión de la metodología aquí presentada sería la generalización del modelo de producción utilizado, al considerar sus parámetros como funciones del tiempo, ya que un inconveniente del modelo usado, de parámetros constantes, es el supuesto subyacente de que las condiciones ambientales se suponen estables durante el horizonte temporal considerado, lo cual es difícil de sostener. Otra posible extensión del presente trabajo sería la consideración de ecuaciones diferenciales estocásticas.

Bibliografía

- Borbón-González, D. J., Cota-Villavicencio, A. 1999, *Indicadores básicos de la pesquería de la anchoveta norteña (Engraulis mordax) en la costa occidental de Baja California, México*, Informe Técnico, Comunicaciones Académicas, Serie Ecológica, CICESE, CITECT9908.
- Borbón-González, D. J. 2002, *Control óptimo de una pesquería sujeta a un régimen de oscilaciones inducidas por colapsos y recuperaciones de los niveles de biomasa: el caso de la anchoveta norteña (Engraulis mordax Girard)*. Tesis de doctorado. CICESE. Ensenada, Baja California.
- Clark, C.W. 1976, *Mathematical Bioeconomics: The optimal management of renewable resources*, John Wiley & Sons, New York.
- Clark, C.W. 1989, Bioeconomic modeling and resource management, en: *Applied Mathematical Ecology*, Simon A. Levin, Thomas G. Hallam y Louis J. Gross (eds.), pp: 11-57, Springer, New York.
- Clark, C.W. 1990, *Mathematical Bioeconomics: The optimal management of renewable resources*, Second Edition, John Wiley & Sons, New York.
- Clark, C.W., G.R. Munro. 1975, The optimal exploitation of renewable resource stocks: problems of irreversible investment, *Econometrica* **47** (25-47).
- Cohen, Y. 1987, A review of harvest theory and applications of optimal control theory in fisheries management, *Canadian Journal of Fisheries Aquatic Science*, **44** (75-83)
- Craggs, J.W., 1975, *Cálculo de Variaciones*, Limusa, S.A., México, D.F.
- Fleming, W.H., R.W. Rishel. 1975, *Deterministic and Stochastic Optimal Control*, Springer, New York.
- Fox, W. 1970, An exponential surplus-yield model for optimizing exploited fish populations, *Trans. Amer. Fish. Soc.* **1** (80-88).
- Hannesson, R. 1993, *Bioeconomics Analysis of Fisheries*, Halsted Press, New York.
- Hocking, L.M. 1991, *Optimal Control: An introduction to the theory with applications*, Oxford University Press Inc., New York.
- McKelvey, R. 1989, Common property and the conservation of natural resources, en: *Applied Mathematical Ecology* Simon A. Levin, Thomas G. Hallam y Louis J. Gross (eds.), Springer, New York.
- Pontryagin, L.S., V.G. Boltyanskii, R.S. Gamkrelidze, E. F. Mishchenko. 1962, *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, Interscience, New York.
- Schnute, J. 1977, Improved estimates from the Schaefer production model: Theoretical considerations, *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, **34** (583-603).