

GEOMETRÍA CON UN TRANSPORTADOR NO GRADUADO

Oscar Jesús San Martín Sicre
Universidad Pedagógica Nacional

Resumen

El actual contexto curricular asociado al enfoque constructivista de la educación demanda a profesores e investigadores el diseño y experimentación de propuestas didácticas fundamentadas por soportes teóricos derivados de la psicología y epistemología genéticas de Piaget. Esencialmente se postula que son los estudiantes quienes deben construir su propio conocimiento mediante la interacción con sus entornos físicos y sociales.

En este contexto las propuestas didácticas que se implementen deben satisfacer y ser congruentes con los requisitos implicados por las tesis constructivistas.

En este trabajo se presenta una derivación o continuación (de carácter absolutamente simple y elemental) de una línea histórica de desarrollo de la Geometría Euclidiana que resulta perfectamente viable para la construcción de una propuesta didáctica con enfoque constructivista. Complementariamente se esboza un esquema para su implementación en el aula.

1 Epistemología genética: El constructivismo

De acuerdo a lo expresado por Pablo Latapí investigador educativo Mexicano se tiene que “Toda pedagogía invoca una teoría psicológica del aprendizaje y esta a su vez se fundamenta en una teoría del conocimiento”, “Si enseñamos se supone que tenemos alguna idea de cómo se aprende, y esto supone una definición – así sea mínima o hipotética – de lo que es conocer”

Dentro del contexto sugerido por el párrafo anterior, y de una manera breve y esquemática, podemos indicar que las teorías del conocimiento esencialmente se ocupan del estudio de las siguientes categorías básicas: el sujeto que conoce, el objeto de conocimiento (realidad exterior al sujeto), el proceso cognitivo y el conocimiento.

Cuando la teorización del conocimiento se refiere al conocimiento científico entonces esta “teoría de la ciencia” recibe la denominación de epistemología. En este sentido puede adelantarse que el constructivismo es una posición o corriente epistemológica y según Von Glassersfeld su “progenitor” es Piaget.

Desde un punto de vista simplificado y con respecto al problema de la relación entre la realidad exterior y el conocimiento, históricamente han existido dos posiciones epistemológicas fundamentales: el empirismo representado por pensadores como Locke y Hume y el racionalismo por las ideas de filósofos como Kant y Descartes.

En términos de las categorías sujeto, objeto y conocimiento se tiene que:

- El empirismo hace prevalecer al objeto de conocimiento. La realidad se impone sobre el sujeto. El conocimiento procede de la realidad exterior, se percibe por los sentidos y se sustenta en la experimentación sobre los objetos que la componen.
- El racionalismo privilegia al sujeto que conoce. La mente del sujeto se impone sobre la realidad, tiene entidad propia y es independiente de la realidad exterior. Las percepciones de los sentidos no son confiables y el conocimiento resulta de la actividad lógica del sujeto.

Una tercera posición epistemológica está representada por la epistemología genética de Piaget, y puede pensarse como una síntesis dialéctica de las dos anteriores.

Para Piaget existen dos tipos básicos de conocimiento a los que denomina conocimiento físico y conocimiento lógico-matemático. El conocimiento físico se deriva de las propiedades de los objetos, resulta de la acción del sujeto sobre los mismos. Este tipo de conocimiento sería asimilable a la posición empirista. El conocimiento lógico-matemático no surge directamente de las acciones sino de la reflexión, de la abstracción o de la coordinación interiorizada de las acciones o experiencias con los objetos. Este tipo de conocimiento resulta de la actividad lógica del sujeto y en este sentido participa o es asimilable a la posición racionalista.

En esta forma, el conocimiento físico surge de los objetos, y el conocimiento lógico matemático se origina en el sujeto a partir de su actividad mental sobre la información que le suministra el conocimiento físico. Existiendo además una interacción recíproca entre el objeto de conocimiento y el sujeto que conoce.

Para Piaget el conocimiento viene siendo una respuesta adaptativa de la mente humana para ajustarse al medio ambiente “El conocimiento tiene que ser visto como una colección de esquemas de acción y modelos de pensamiento que nos permiten vivir y movernos en el mundo tal como lo experimentamos”; “... las estructuras conceptuales que consideramos como “conocimiento” son los productos de

conocedores activos que dan forma a su pensamiento para ajustar las restricciones que experimentan” (Von Glasersfeld).

Y entonces el constructivismo viene siendo una tesis epistemológica caracterizada esencialmente porque es el individuo quien construye el conocimiento a partir de su interacción con su realidad.

2 La didáctica constructivista derivada de las ideas de Piaget – Concepto de Propuesta didáctica con enfoque constructivista

En torno a la ideas centrales de la epistemología genética y de la psicología genética de Piaget han surgido un conjunto de tesis no contradictorias que abarcan diversos aspectos relacionados con la didáctica (constructivista) tales como la motivación, la actitud, la cognición, la memoria, el aprendizaje significativo, aspectos sociológicos, esto es, interacción social, aspectos socioculturales, autodidactismo, etc, todos ellos unificados en torno a la idea de que la actividad mental constructiva del alumno resulta fundamental para su aprendizaje.

De las obras y diversos artículos sobre Piaget enlistamos a continuación un conjunto (mínimo) de conceptos, definiciones, postulados, principios que suelen ser utilizados para elaborar o estructurar propuestas didácticas con enfoque constructivista:

1. Es el alumno quién construye su propio conocimiento.
2. Si la mente del alumno percibe un estímulo cognitivo que puede comprender, esto es, explicar o caracterizar en términos de información presente en sus estructuras cognitivas. Entonces se tiene el fenómeno cognitivo al que Piaget denomina **asimilación**.
3. Si la mente del alumno recibe un estímulo cognitivo que no puede comprender, que no puede explicar con su acervo mental disponible, entonces se rompe el equilibrio de las estructuras cognitivas, y la mente se ve obligada a inventar una explicación cambiando sus estructuras cognitivas existentes o formando nuevas estructuras. A lo anterior Piaget le denomina **acomodación**.
4. El proceso de construcción de conocimiento se inicia con la presentación de un estímulo cognitivo que rompe el equilibrio de las estructuras cognitivas del alumno, cuando este equilibrio sea recuperado por medio del cambio o la formación de nuevas estructuras diremos que se ha producido **aprendizaje**.
5. Los estímulos cognitivos utilizados para romper el equilibrio de las estructuras cognitivas del estudiante pueden presentarse en la forma de problemas, preguntas, juegos, acertijos o actividades cognoscitivas intrigantes.

6. En su proceso de construcción de conocimiento el alumno debe ser activo con respecto a su entorno físico o los objetos materiales concretos contenidos en el mismo. (para propiciar el surgimiento de la llamada **abstracción reflexionante**, esto es, la reflexión de la mente sobre sus propias operaciones).

En concordancia con estos principios asociados al aprendizaje desde la óptica constructivista pueden y suelen derivarse cuales deben ser las funciones del profesor al interior de una propuesta didáctica con enfoque constructivista.:

- Si se acepta que es el alumno quién construye su propio conocimiento, entonces el maestro no podrá transmitirlo, y su papel o función en el aula deberá ser entre otras el propiciar las condiciones óptimas para que el estudiante logre este propósito. Si se acepta que el aprendizaje se da como resultado de la presentación de un estímulo cognitivo que inicialmente rompe el equilibrio de las estructuras cognitivas obligando a la mente a realizar procesos de invención que le permitan la recuperación del equilibrio, entonces la función del profesor debe ser buscar los tipos de estímulos cognitivos adecuados que propicien el desequilibrio citado.
- Si se acepta que el alumno debe ser activo en relación a su entorno físico o los objetos en el contenidos, entonces el profesor debe proveer los materiales concretos adecuados que propicien el surgimiento de la abstracción reflexionante.

3 Propuesta didáctica con enfoque constructivista – Concepto

Con respecto al marco conceptual asociado a este trabajo, se propone a continuación el siguiente concepto. Diremos que:

“Una propuesta didáctica tiene enfoque constructivista” si constituye una propuesta que para su fundamentación teórica recupere el conjunto de principios epistemológicos, psicológicos y sociológicos de los trabajos de Piaget, Ausubel y Vygotsky que satisfagan los siguientes postulados:

- El principio teórico fundamental para toda propuesta constructivista es: **El alumno es quien, de manera activa, construye su propio conocimiento como resultado de sus interacciones tanto con el medio físico como con el social.**
- Todo principio teórico que se acepte como fundamentación de una propuesta debe ser congruente o compartido con el principio teórico fundamental.
- Toda técnica didáctica específica contenida en la propuesta, debe estar fundamentada en el principio teórico fundamental o en un principio teórico congruente o compartido con el mismo.

La propuesta contenida en este trabajo consiste esencialmente en la utilización de un transportador no graduado como herramienta para resolver problemas de construcción geométrica. Puede ser aplicada en el nivel medio básico o en el nivel medio superior.

La propuesta recupera los siguientes elementos teóricos:

- Utiliza los problemas de construcción geométrica como recurso para iniciar los procesos de construcción de conocimiento.
- Utiliza recursos manipulativos de carácter concreto (el transportador no graduado) para propiciar la interacción cognitiva de tipo empírico.
- El instrumento obliga al estudiante a ser activo, a ser un actor en el proceso.
- Una vez resuelto un problema, por ejemplo el construir la mediatriz de un segmento, la discusión o debate que debe acompañar a la argumentación o exposición de la solución encontrada, propicia el paso a las operaciones formales de demostración.
- Esto último concierne también a lo que se ha denominado “construcción social de conocimiento” como producto de la interacción social.

4 Brevísimos antecedentes históricos

El método axiomático deductivo de Euclides (siglo III AC), propio de la matemática inicial (método formal) históricamente fué precedido por una aproximación empírica a la construcción de conocimiento matemático, a saber, la utilización de las llamadas “Herramientas Euclidianas” esto es, la regla no graduada y el compás plegadizo para resolver problemas de construcción geométrica.(Construcciones Euclidianas).

Lorenzo Mascheroni descubre que todas las construcciones Euclidianas pueden ser realizadas sólo con el empleo del compás.

Poncelet-Steiner – Demuestran que todas las construcciones Euclidianas pueden ser efectuadas sólo con el empleo de una regla con la presencia de un círculo dado y su centro.

Francesco Severi – Demuestra que no es necesaria la presencia de todo el círculo, bastando solo un arco del mismo (y la regla) para realizar todas las construcciones geométricas Euclidianas.

De lo anterior se desprende trivialmente que un transportador no graduado, considerado como instrumento utilizado para realizar construcciones geométricas, al contener un arco de medio círculo y un segmento rectilíneo (el diámetro del mismo) permite la realización de todas las construcciones Euclidianas que pueden efectuarse con una regla y un compás.

Desde el punto de vista de la construcción formal de conocimiento matemático, lo anterior no ofrece gran dificultad, pero desde el punto de vista asociado a la didáctica de la geometría la realización de las construcciones anteriores permite la puesta en marcha de una propuesta didáctica que recupera algunas de las ventajas asociadas al enfoque constructivista.

En el trabajo que aquí se expone se presentan a manera de ejemplo como pueden realizarse utilizando un transportador no graduado, las siguientes construcciones:

- Dada una recta m y un punto A sobre la misma, levantar la perpendicular a m que pase por el punto A .
- Dada una recta n y un punto B exterior a la misma, construir la perpendicular a n que pase por el punto B .
- Dada una recta p y un punto C exterior a la misma, construir la paralela a p que pase por el punto C .

Con respecto a estas actividades se considera pertinente señalar lo siguiente:

- La realización de estas construcciones con el citado instrumento propicia una interacción empírica concreta que puede dar lugar a la construcción (ya sea por ensayo-error o a través de la elaboración de un plan de acción) de la solución al problema planteado.
- Sin embargo, la argumentación que utiliza el alumno que supuestamente ha resuelto el problema y que tiene el propósito de convencer al resto de los estudiantes sobre la bondad o adecuación de su solución es precisamente lo que de manera relativamente natural puede inducir o introducir al estudiante a la necesidad de los procesos de validación y de la prueba formal en matemáticas.
- El proceso desarrollado constituye una muestra de la necesidad de tal tipo de validación que puede no estar enmarcada necesariamente en el esquema de prueba provisto por “Los Elementos” de Euclides o por los maestros tradicionales de Geometría.
- Un aspecto interesante que agrega un elemento de curiosidad cognoscitiva al empleo del transportador no graduado en la resolución de problemas de

construcciones geométricas esta constituido por lo que denominaremos “carácter virtual” del transportador no graduado. El carácter virtual de este instrumento consiste en el hecho de que como todo semicírculo contiene implícitamente un triángulo rectángulo, entonces prácticamente se puede considerar que todo transportador es equivalente a una escuadra.

Con respecto a esta propuesta didáctica existen otras varias reflexiones y consideraciones referentes a constructos teóricos actuales tales como el llamado “Contrato didáctico” de Guy Brousseau que en este trabajo dan lugar a la elaboración de otros constructos teóricos tales como el que hemos denominado “contrato didáctico constructivista” sin embargo el espacio que se provee no permite realizarlas.

Bibliografía

- Ausubel, D.P. et al (1991). *Psicología Educativa*. México. Editorial Trillas.
- Anfossi, A. (1947). *Trigonometría Rectilínea*. México. Editorial Progreso.
- Boyer, C.(1966), *A history of mathematics*. New York. Wiley.
- Eves, H.(1976). *An introduction to the history of mathematics*. New York. Holt, Rinehart and Winston.
- Sánchez, E., Zubieta, G.(Comps.).(1993). *Lecturas en didáctica de las matemáticas*. Escuela Francesa. México. Cinvestav IPN.
- San Martín O. y Jiménez J.R. (1995). *Los Problemas matemáticos en la Escuela. Antología Básica y Antología Complementaria*. México. Secretaría de Educación Pública y Universidad Pedagógica Nacional.