

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS PARA LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE UN APARATO VIRTUAL DISEÑADO CON CABRI

Oscar Jesús San Martín Sicre

Universidad Pedagógica Nacional

Centro Pedagógico del Estado de Sonora

José Luis Soto Munguía

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora

Resumen

Se presentan los elementos que permiten estructurar un proyecto de una investigación en curso que rescata el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. La implementación de la parte medular operativa de la investigación ha sido diseñada tomando como base la utilización de Cabri Géomètre II. Los soportes teóricos que fundamentan el desarrollo de la investigación están constituidos esencialmente por los trabajos de Y. Chevallard referentes a las llamadas transposiciones didácticas, el concepto de “aprendizaje significativo” de D.P. Ausubel y la Teoría de las situaciones didácticas de Guy Bruosseau. Como primer resultado de la investigación se ha logrado diseñar una “transposición didáctica” que modifica la presentación de los saberes trigonométricos tradicionales en una manera tal que permite su tratamiento con Cabri. Asimismo se ha logrado diseñar una situación didáctica en el sentido de Brousseau que está a punto de ser investigada experimentalmente en el aula.

Problemática general – Contexto escolar

Los procesos de enseñanza-aprendizaje asociados a la trigonometría de los niveles medio básico y medio superior contienen una serie de problemas que al no resolverse propician el surgimiento y desarrollo de temas interesantes de investigación y estudio. Citamos de manera relativamente informal algunos problemas importantes:

- Altos niveles de reprobación.
- Alto grado de abstracción en el tratamiento de los temas.
- Ruptura o discontinuidad en el paso de la geometría y el álgebra a la trigonometría.
- Carencia o empleo restringido de representaciones para algunos “objetos trigonométricos” por ejemplo, las identidades trigonométricas en general carecen de representaciones gráficas.
- Ausencia de métodos generales para el tratamiento sistemático de algunos temas de la trigonometría, por ejemplo las ecuaciones trigonométricas.

Objeto de estudio

De esta amplia gama de problemas, se ha asumido que la mayoría de las dificultades asociadas al estudio de la trigonometría se derivan de la existencia en el estudiante de una carencia inicial de significados para las definiciones de las razones trigonométricas básicas.

Debe ser claro que si los conceptos iniciales no son aprehendidos de forma significativa por el estudiante, este hecho repercutirá necesariamente en la aprehensión o comprensión de los temas o contenidos subsecuentes de la asignatura, en consecuencia se ha seleccionado como tema de estudio o de investigación el problema de investigar cómo puede propiciarse la tarea de hacer significativo el aprendizaje de las nociones de razones trigonométricas básicas (seno, coseno, etc.).

En este trabajo, para simplificar la exposición, sólo nos ocuparemos de la razón trigonométrica correspondiente al seno de un ángulo igual o menor a 90° , al tenerse que este tratamiento resulta en cierta manera representativo de los otros casos o fácilmente transferible se ha creído que no se hace necesario abundar en el tratamiento específico para las otras razones.

Contexto teórico

En este punto se hace necesario explicitar que el trabajo aquí expuesto constituye la parte teórica de un proyecto elaborado para la obtención del grado de maestría en ciencias.

Algunas porciones de la sección aquí presentada sirven de sustento a la parte experimental del proyecto cuya aplicación está a punto de iniciarse.

Como referentes y sustentos para el trabajo aquí expuesto se han tomado diversas perspectivas teóricas no contradictorias. Estos aportes cuando son tomados de manera individual apoyan algún aspecto relevante del objeto de estudio y tomados en conjunto proveen una aproximación de tipo constructivista para el enfoque didáctico que se intenta aplicar en el aula. Se describen brevemente a continuación:

El saber

Recuperando las ideas de Y. Chevallard, con respecto a lo que denomina “transposición didáctica” inicialmente se hace una transformación o reformulación (esto es, una “transposición didáctica”) de los conocimientos (o contenidos) trigonométricos presentes en los textos actuales, a fin de propiciar un tratamiento de tipo geométrico para los mismos.

La “transposición” se refiere a las definiciones de las razones trigonométricas básicas y consiste en definir las funciones no en triángulos rectángulos discretos aislados, sino en triángulos rectángulos contenidos en un semicírculo de diámetro unitario. Esta adecuación hace posible advertir intuitivamente varias cosas importantes tales como:

- Facilitar la presentación intuitiva del significado de $\text{sen } x$ como una función.
- Advertir el carácter periódico y continuo de la función seno.
- Visualizar algunas propiedades de la función seno.
- Tener representaciones geométricas sencillas para las razones trigonométrica.

Estructura de la transposición

El diseño de la transposición didáctica contiene los siguientes componentes.

- 1) El teorema: En un círculo la medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito correspondiente.
- 2) El teorema: Todo triángulo inscrito en un semicírculo es rectángulo.
- 3) La definición de $\text{sen } x$, en un triángulo rectángulo inscrito en un semicírculo de diámetro unitario.

Cuando estos componentes se integran a una situación didáctica en el sentido de Brousseau, (se caracteriza mas adelante) y se manejan con Cabri Géomètre II se procederá como sigue:

- 1) Se descubre, o se redescubre (utilizando la gráfica dinámica de un círculo en Cabri) el teorema de la Geometría que establece que la medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito correspondiente. Para ello, sólo tiene que <Arrastrar> el punto P sobre el círculo en cuestión. Ver Figura 1.

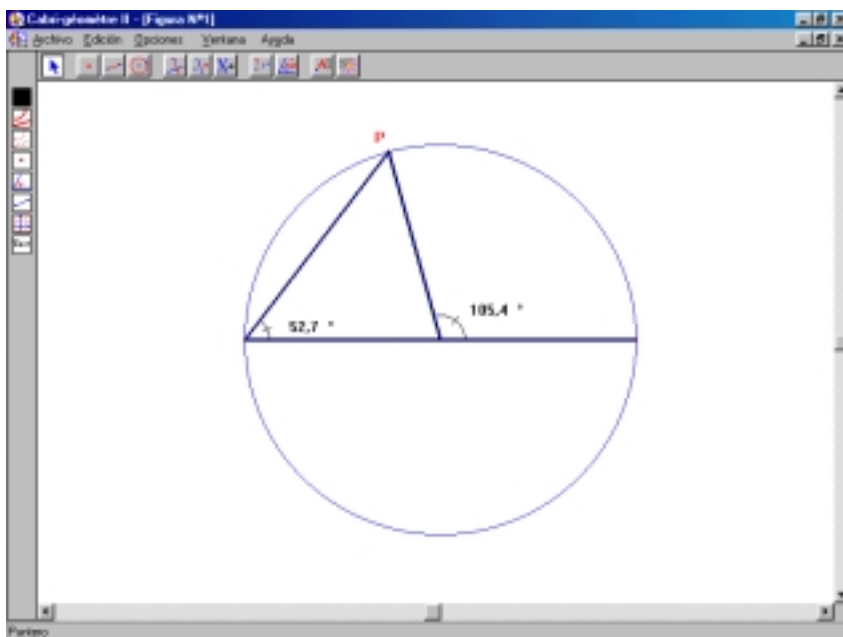


Figura 1

- 2) Se intenta formalizar, esto es, establecer el mismo resultado anterior, con independencia de los referentes empíricos proporcionados por Cabri.
- 3) Se descubre o redescubre, en las mismas condiciones anteriores, el teorema geométrico que establece que todo triángulo inscrito en un semicírculo es rectángulo. Para ello, en una figura como la 2, se podrá <Arrastrar> el punto P sobre el <Círculo> o el punto Q sobre la recta PQ.

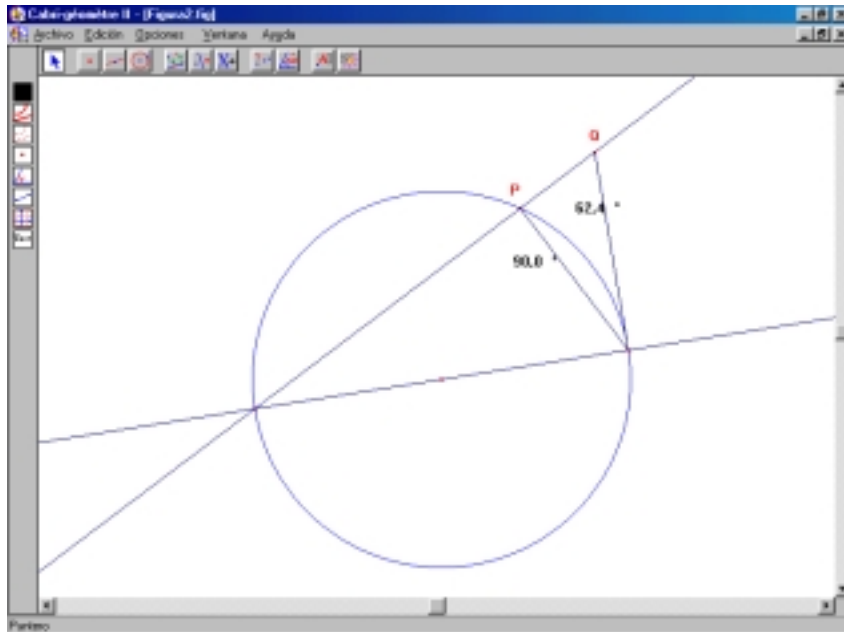


Figura 2

- 4) Se intenta formalizar el resultado anterior.
- 5) Se define $\text{sen } x$ en un triángulo rectángulo inscrito en un semicírculo de diámetro unitario.
- 6) Utilizando Cabri se construye un “aparato virtual” basado en los teoremas y definiciones precedentes que permitirá calcular directamente los valores de $\text{sen } x$. Para ello será necesario dividir y graduar el semicírculo en un número conveniente de partes iguales, y dividir el diámetro del semicírculo usualmente en 100 partes iguales (ver Figura 3).

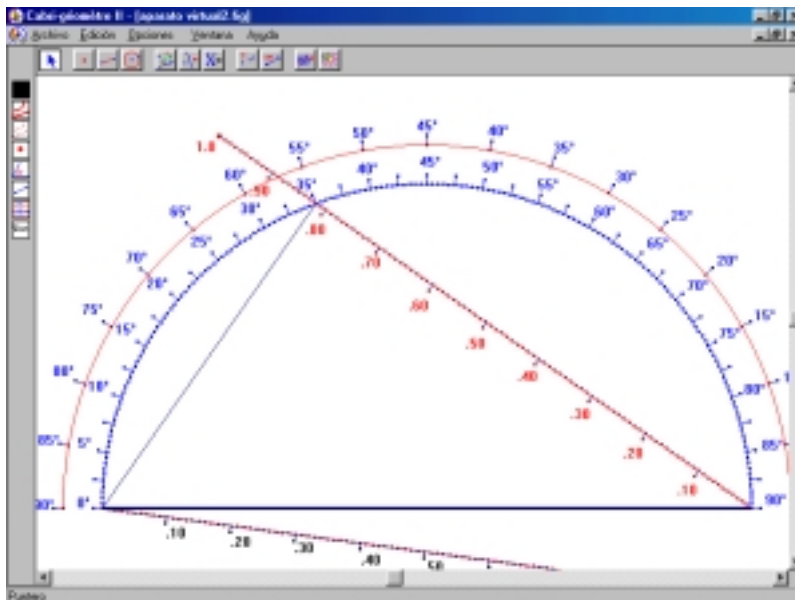


Figura 3

El aparato así diseñado permite construir, de manera inmediata dos significados para las razones trigonométricas, a saber:

- El cociente de las medidas de dos segmentos.
- Una función tal que a cada ángulo le asocia la medida de un segmento.

Asimismo, el “aparato virtual” permite establecer diferencias conceptuales entre lo que significa un cálculo basado en propiedades algebraicas (cálculo de los valores de $\sin 30^\circ$, $\sin 45^\circ$ por ejemplo) y una aproximación basada en mediciones de segmentos, por ejemplo el cálculo de $\sin 14^\circ$.

El aprendizaje significativo

Este concepto, derivado de los trabajos de D.P. Ausubel se refiere a un aprendizaje sustantivo y no memorístico. Involucra dos tipos de “componentes”, a saber: componentes lógicos (estructuración de “redes de significación”) y componentes psicológicos (motivación, actitud). El aprendizaje significativo requiere para su logro que:

- El estudiante sea capaz de relacionar sus conocimientos previos con los nuevos propuestos por el profesor o por el programa escolar.
- Poder transferir o aplicar el saber apprehendido a otros nuevos problemas.
- En el aspecto afectivo, el estudiante debe adoptar una actitud favorable hacia la apropiación del nuevo saber.

La presentación didáctica tradicional de las razones trigonométricas ignora o descuida por completo el aprendizaje significativo de estas nociones. Es tal el grado de separación entre los conocimientos previos y el nuevo saber trigonométrico, que el paso de la geometría a la trigonometría podría caracterizarse como una ruptura, el estudiante no relaciona sus conocimientos previos de álgebra y geometría con aquellos de la trigonometría. Creemos que esto es debido esencialmente a que el profesor no dispone de aproximaciones o “transposiciones didácticas” que se lo permitan. En este trabajo se presenta una.

Teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau

El tercer soporte teórico que fundamenta y soporta el diseño de esta investigación y su correspondiente situación didáctica lo constituye la Teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau.

Se parte del planteamiento de un problema que servirá como un proyecto de actividad cognoscitiva. El propósito del proyecto será la construcción del “aparato virtual” antes mencionado.

Una vez planteado y comprendido el proyecto por los estudiantes, estos pasarán por las fases de acción, formulación, validación e institucionalización propuestos por esta Teoría. Para ello será necesario que construyan y demuestren los teoremas implicados en la construcción del aparato virtual. Se asume que si se diseñan correctamente todas las fases de la situación didáctica y se programa el manejo anticipado de las variables didácticas adecuadas, el estudiante:

- Logrará un aprendizaje significativo, de algunos de los significados de $\operatorname{sen} x$.
- Construirá los teoremas involucrados en la construcción del aparato virtual.

Bibliografía

Ausubel, D.P. et al (1991). Psicología Educativa. México: Editorial Trillas.

Anfossi, A. (1947). Trigonometría Rectilínea. México: Editorial Progreso.

Boyer, C. (1966), A history of mathematics. New York: Wiley.

Eves, H. (1976). An introduction to the history of mathematics. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Sánchez, E., Zubieta, G. (Comps.).(1993). Lecturas en didáctica de las matemáticas. Escuela Francesa. México. Cinvestav IPN.

San Martín, O. (1993). Memorias de la VII Reunión Centroamericana y del Caribe. Panamá, República de Panamá.

San Martín O. (1994). Memorias de la VIII Reunión Centroamericana y del Caribe. San José. Costa Rica.