

LAS HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES EN LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA

Santiago Inzunza Cazares¹

Universidad Autónoma de Sinaloa

Estudiante de Maestría en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN

Resumen

El presente artículo pretende dar una visión general sobre las bondades que tiene el uso de herramientas computacionales en la enseñanza de la probabilidad y estadística. Todos los ejemplos se refieren al uso de la calculadora graficadora, como un tipo especial de tecnología que presenta algunas ventajas como es costo y portabilidad. Se trata de poner de manifiesto la potencialidad de la herramienta computacional en la visualización de conceptos estadísticos. Se manejan tres grandes áreas señaladas por Snell y Peterson, donde es factible su aplicación, como son, reducción de cálculos manuales, análisis gráfico de datos y simulación.

Introducción

Es innegable la influencia que están teniendo tanto las computadoras como la nueva generación de calculadoras graficadoras en la educación matemática y, en especial, en la enseñanza de la probabilidad y estadística. En la actualidad se ha desarrollado software computacional con características de simulación, visualización dinámica, múltiples formas de representación y con alto grado de interactividad, que permite al estudiante obtener un acceso más espontáneo a las ideas matemáticas que subyacen a muchos conceptos importantes en probabilidad y estadística. Tales características no son exclusivas del software para computadoras, también aparecen en las versiones más actualizadas de calculadoras graficadoras; estas últimas con ventajas en cuanto al costo y accesibilidad en términos de portabilidad, que las hacen apropiadas para su uso en el salón de clases.

Las características citadas anteriormente permiten crear un ambiente donde la exploración y la experimentación tienen lugar como actividades que pueden contribuir a un mejor aprendizaje. Así, mediante la interactividad del software, es posible hacer manipulaciones a las representaciones gráficas, hacer que los estudiantes experimenten con distribuciones haciendo variar sus parámetros, cambiar datos y que el estudiante observe los efectos, proporcionando a los estudiantes una inmediata retroalimentación. La visualización dinámica es otra característica de gran utilidad, mediante ella es posible relacionar la forma de las gráficas y los valores como medidas de tendencia central y variabilidad. En cuanto a la capacidad de simulación, podemos decir que es posible generar datos en forma aleatoria que sigan una determinada distribución y tomar muestras aleatorias repetidas un gran número de veces, para ilustrar conceptos importantes como aleatoriedad, teorema de límite central, ley de grandes números, entre otros conceptos. Además de la posibilidad de cambiar fácilmente entre representaciones tabulares, representaciones gráficas y representaciones simbólicas de los datos, proporcionando con ello la oportunidad de entender un concepto con base en sus diferentes formas de representación.

Existen diversas razones para integrar la tecnología a la enseñanza de las matemáticas, Laborde (2000) destaca las siguientes:

¹ Email: sinzunsa@mail.cinvestav.mx, sinzunza@uas.uasnet.mx

- Una razón social: el incremento del uso de la tecnología. Hoy la gente joven usa Internet, teléfono celular, juegos electrónicos, etc. Entonces, la enseñanza de las matemáticas no puede ignorar la tecnología.
- Hay tecnología útil para matemáticas y para enseñanza de matemáticas, la cual permite a los estudiantes visualizar fenómenos matemáticos, hacer conexiones, efectuar experimentos; en una palabra, hacer matemáticas como expertos. Esta habilidad antes de la era de la tecnología, estaba restringida a estudiantes dotados que podían imaginar en su mente los objetos matemáticos y sus relaciones. La posibilidad de manipulación real de la tecnología, ofrece acceso a las matemáticas a la mayoría de los estudiantes.

Scheaffer (1992), dice que la estadística debe ser enseñada como una ciencia de laboratorio. Los estudiantes deben adquirir los datos por su propia cuenta. En el laboratorio las computadoras deben ser un requerimiento para que los estudiantes discutan, escriban acerca de lo que entienden y sus interpretaciones de los problemas.

Una característica importante que es necesario agregar respecto a la forma en que se usa la tecnología en la enseñanza de las matemáticas actualmente respecto a hace algunos años, es que no requiere que el usuario sea un experto en programación como solía suceder. Hoy día existe software con características muy “amigables” que puede ser usado en forma eficiente con un mínimo de interacción. A este tipo de software se le ha dado el calificativo de *educativo*, dado que es diseñado teniendo como objetivo su uso en el salón de clases, y teniendo en consideración una didáctica que facilite el aprendizaje. De esta forma, la computadora no sólo es un recurso de cálculo, sino también un potente recurso didáctico que nos puede ayudar en el aprendizaje de conceptos matemáticos.

Snell y Peterson (1992), identifican tres grandes áreas en la enseñanza de la probabilidad y estadística en las cuales la tecnología computacional puede resultar de gran utilidad.

- Reducción de cálculos manuales.
- Facilitación del análisis gráfico de datos.
- Ilustración de conceptos por medio de simulación.

Cálculos numéricos

Si le preguntamos a una persona que haya tomado un curso de estadística sobre su impresión de la materia, seguramente nos dirá que se trata de una serie de fórmulas que tuvo que memorizar y cálculos tediosos que debió efectuar para llegar a un resultado. Sin embargo, hoy día con la ayuda de la tecnología, se puede descargar tanto al profesor como al alumno de una parte de esa tarea que tanto tiempo requiere y que poco ayuda a la comprensión de un determinado concepto. Mediante el uso de las computadoras es posible utilizar conjuntos de datos más grandes y sobre todo relevantes para la experiencia de los estudiantes. Al respecto Cobb (1992) enfatiza que los estudiantes deberían ver a la estadística como un proceso de adquisición científica, descubriendo información con datos de la vida real. Si los estudiantes pueden entender los datos, entonces tendrán una mejor retención de la información del ejemplo. Además si los datos son recolectados por ellos mismos, los estudiantes participarán en forma activa en el proceso.

Con el uso de herramientas computacionales, la destreza en el cálculo ya no es el punto principal necesario para emplear estas técnicas; pero estas herramientas serán de poca ayuda en la planificación del estudio, en la elección de la técnica apropiada y en la interpretación de los resultados (Batanero, Godino, Holmes y Vallecillos, 1994).

Así, la computadora toma la parte de los cálculos, pero deja al estudiante actividades de mayor trascendencia. Con esto, queremos decir es que sólo es una ayuda en el proceso mas no quien resuelve el problema.

Con el apoyo de la herramienta computacional es posible obtener medidas que describen un conjunto de datos, tales como medidas de tendencia central y de variabilidad. La Figura 1 muestra los resultados del análisis de una variable, y la Figura 2, muestra el análisis de dos variables.



Figura 1



Figura 2

Análisis gráfico de datos

En cuanto al análisis gráfico de datos la tecnología nos puede ayudar mediante una variedad de gráficas que permiten al estudiante investigar eficientemente conceptos claves mediante la visualización.

Es posible construir en forma rápida histogramas, diagramas de caja, diagramas de puntos, polígonos de frecuencia, distribuciones de probabilidad, distribuciones de muestreo, etc. También es posible manipular los datos con la finalidad de observar los cambios en las representaciones gráficas, logrando con ello quitar el carácter abstracto a muchos conceptos.

La Figura 3 muestra un histograma de una distribución de frecuencias y la Figura 4, un polígono de frecuencias. Es posible analizar el comportamiento del polígono en base al histograma, el cual muestra un comportamiento uniformizado de los datos, lo que explica el comportamiento casi lineal del polígono. Una explicación sobre esta forma es útil ya que con frecuencia los alumnos piensan que el polígono debe tener la apariencia de una S.

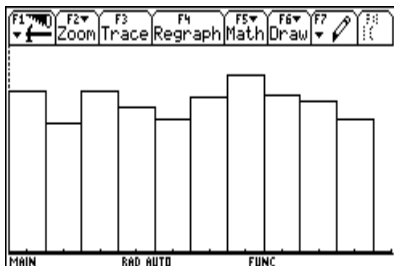


Figura 3

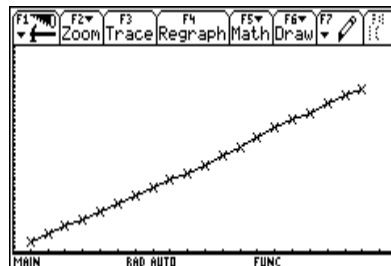


Figura 4

Es importante en estadística que el estudiante tenga claro el papel que juegan los parámetros en una distribución de probabilidad, con la herramienta computacional es fácil observar el efecto que se produce al variar dichos parámetros. Veamos el caso de dos distribuciones muy conocidas, la binomial que pertenece al grupo de las discretas y la normal que forma parte del grupo de las continuas. En la Figura 5 se ha fijado la media y variado la desviación estándar, en la Figura 6, la desviación estándar permanece fija y la media varía, mientras que en la Figura 7 corresponde a la distribución binomial para dos valores dados de sus parámetros n y p .

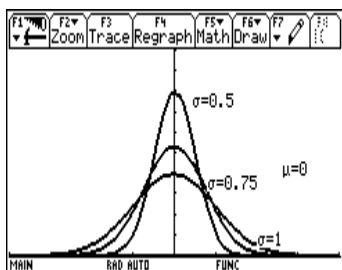


Figura 5

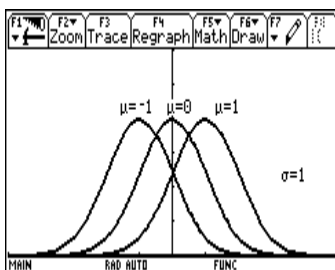


Figura 6

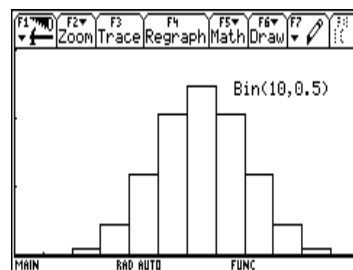


Figura 7

Otra tarea que es frecuente en estadística inferencial es el cálculo de áreas en una distribución de probabilidad. He visto que a muchos alumnos les causa dificultad manejar apropiadamente las tablas que vienen al final de los libros, esto es fácil usando la calculadora. En la Figura 8 mostramos el área bajo la distribución normal estándar para valores de Z entre -1 y 2 .

En la Figura 9 aparecen la distribución normal estándar y la distribución t-student para 2 grados de libertad, se puede ir aumentando los grados de libertad de la t-student con el objetivo de que el estudiante observe cómo se va acercando a la normal y a partir de ahí determinar en cuántos grados de libertad se puede considerar que se obtienen prácticamente los mismos resultados, siendo ésta una razón por la cual en los libros generalmente no aparecen valores para más de 30 grados de libertad.

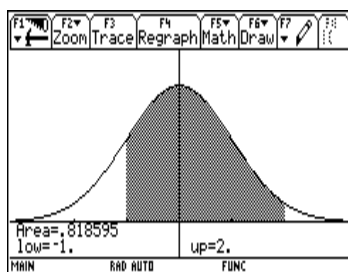


Figura 8

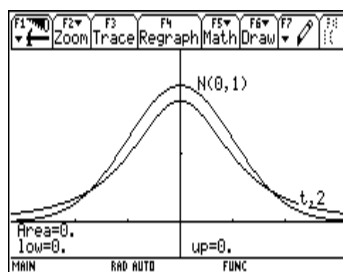


Figura 9

Simulación

La utilidad de la simulación es más evidente en probabilidad e inferencia estadística. Se pueden extraer muestras repetidas de un tamaño determinado de una distribución de probabilidad y representar gráficamente la distribución que siguen las medias de las muestras, es decir la distribución de muestreo, logrando con ella que el estudiante visualice un teorema de vital importancia y sobre el que descansa una buena parte de la inferencia estadística, como es el

Teorema del Límite Central. En una clase tradicional solo podríamos limitarnos a que el estudiante imagine lo que pasa al aumentar el tamaño de la muestra mediante una explicación verbal. Sabemos que no es posible que el estudiante entienda fácilmente una demostración de este teorema, sobre todo en un primer curso de inferencia estadística; sin embargo mediante la tecnología se puede tener una demostración visual.

A continuación se muestra la aproximación de la binomial a la normal que es un caso particular del Teorema del Límite Central (Figura 10 y Figura 11).

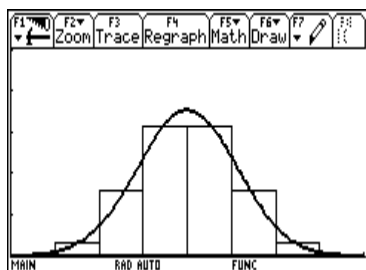


Figura 10

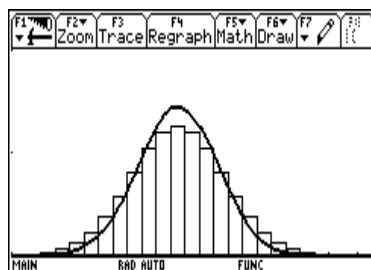


Figura 11

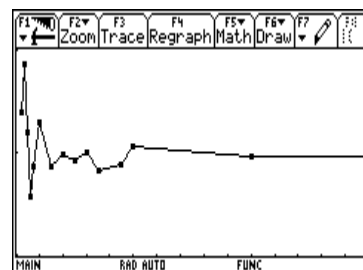


Figura 12

Un concepto también de mucha aplicación en probabilidad es la Ley de los Grandes Números. Es frecuente que en las primeras clases de probabilidad se elija el problema de lanzar una moneda legal al aire y se pida al alumno su pronóstico sobre las probabilidades. Este ejemplo es importante para mostrar la regularidad estadística que presentan los fenómenos aleatorios cuando son llevados a cabo un número grande de veces. Es importante hacer ver al alumno el parecido que tiene el ejemplo de las monedas con casos de mayor relevancia en la vida real, como puede ser una votación, explicando las fluctuaciones que se tienen con los primeros resultados, pero una vez que se estabilizan las tendencias resulta difícil que éstas cambien. La Figura 12 muestra los resultados de una simulación del lanzamiento de una moneda, para cuyo efecto se elaboró un pequeño programa.

Conclusiones

Es evidente la ayuda que nos ofrece la tecnología computacional en la enseñanza de la probabilidad y estadística; por un lado, el apoyo que brinda en la reducción de cálculos tediosos y que requieren mucho tiempo enseñarlos en forma tradicional, y por otro lado, la visualización de conceptos -algunos de ellos de difícil acceso sin la tecnología- además del aspecto de la simulación, de tan vital importancia en la generación de situaciones de enseñanza que no sería posible efectuarlas en la clase por otros métodos. Podría parecer demasiado optimista en cuanto a los resultados que se presentan en este artículo; no se pretende hacer todo mediante la tecnología, más bien creemos que es una ayuda valiosa que el profesor debe considerar y usarla en forma balanceada con otras técnicas de enseñanza.

Bibliografía

- Cobb (1992) Teaching Statistics, in *Heeding the Call for Change: Suggestions for Curricular Action*. Ed. L. Steen. MAA Notes, No. 22.
- Godino J. (1995) ¿Qué aportan los ordenadores a la enseñanza de la estadística?. *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*. No. 5. España.
- Batanero C., Godino J, Green R., Holmes P. y Vallecillos A. (1994) Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education and Science and Technology*. 25(4).

- Snell L. and Peterson W. (1992). Does the computer help us understanding statistics? In Statistics for the Twenty-First Century. Ed. Florence G. and Gordon S. MAA Notes, No. 26.
- Laborde C. (2000) Why technology is indispensable today in the teaching and learning of mathematics Contribution to the T³ World-Wide conference in Tokyo, August 2000.
<http://www.math.ohio-state.edu/~waitsb/t3posticme2000.html>
- Kutzler, B. (1999) “The Algebraic Calculator as a Pedagogical Tool for Teaching Mathematics”.**
<http://www.kutzler.com/main.html>
- Hitt F. (1998) Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. Revista Educación Matemática, Vol. 10, No. 2. Editorial Iberoamérica. México.
- Hitt F. (2000) Construcción de conceptos matemáticos y uso de calculadoras simbólicas. Contribution to The 4^o International DERIVE-TI89/92 Conference: Computer Algebra in Mathematics Education. Liverpool UK.
- Burril G. (1996) Graphing calculators and their potential for teaching and learning statistics, in Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics. Proceedings of the 1996 IASE Round Table Conference in University of Granada Spain. July 1996.
- Waits B. and Demana F. (2000) Calculators in Mathematics Teaching and Learning Past, Present and Future.
<http://www.math.ohio-state.edu/~waitsb/papers.html>
- Smith E. (1998) Social Constructivism, Individual Constructivism and the Role of Computers in Mathematics Education. Journal of Mathematical Behavior Vol. 17, No. 4.